

# جداسازی آنومالی‌های زمین‌شیمیایی سرب و روی با استفاده از روش‌های آمار کلاسیک، مولتی‌فرکتال عیار-تعداد، عیار-مساحت و شاخص سینگولاریتی در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک

محمدامین جعفری

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه زمین‌شناسی، پردیس علوم، دانشگاه تهران، ایران

علی کنعانیان

گروه زمین‌شناسی، پردیس علوم، دانشگاه تهران، ایران

احد نظرپور

گروه زمین‌شناسی، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۰۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۶/۰۶

Kananian@ut.ac.ir

## چکیده

ورقه زمین‌شناسی ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک در بخش شمالی کمربند فلززایی سرب و روی ملایر-الیگودرز-اصفهان واقع شده است. یکی از مهمترین مباحث اصلی در تحلیل داده‌های زمین‌شیمیایی تعیین حد مقدار زمینه برای هر عنصر در منطقه مورد مطالعه و جدا کردن زمینه از آنومالی‌های عنصر مربوطه است. در این پژوهش به مقایسه روش‌های آمار کلاسیک (Mean+2SDEV)، تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD)، روش فرکتالی عیار-تعداد (C-N) و عیار-مساحت (C-A) و روش شاخص سینگولاریتی با یکدیگر جهت جداسازی آنومالی‌های زمین‌شیمیایی سرب و روی در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک پرداخته شده است. داده‌های زمین‌شیمی ۸۹۸ نمونه از رسوبات آبراهه‌های منطقه مورد نظر که توسط روش ICP-MS آنالیز شده‌اند مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. ابتدا از طریق روش آمار کلاسیک و MAD با محاسبه پارامترهای آماری به جداسازی جوامع زمین‌شیمیایی پرداخته شد. پس از آن با استفاده از روش‌های فرکتالی عیار-تعداد و عیار-مساحت و با توجه به خط برازش هر عنصر بر روی نمودارهای لگاریتمی و همچنین با استفاده از روش سینگولاریتی و تلفیق آن با نمودار شواهد وزنی (Weight of evidence) آنومالی‌های زمین‌شیمیایی دو عنصر سرب و روی در منطقه مورد مطالعه تفکیک شدند. روش فرکتال عیار-مساحت نشان داد که مقدار کمینه و بیشینه عیار برای عنصر سرب به ترتیب ppm ۱۵/۶۴ و ppm ۱۰۰ و برای عنصر روی ppm ۶۳/۰۹ و ppm ۲۵۱ می‌باشد که بیانگر عیار بیشتر عنصر روی در این منطقه است. بطور کلی نتایج این روش‌ها نشان داد که عیار عنصر سرب در جنوب غرب و عیار عنصر روی در شمال شرق و جنوب محدوده افزایش پیدا می‌کند و در این مناطق احتمال وجود مناطق امیدبخش کانساری بسیار بالا است. از طرفی آنومالی‌های بدست آمده برای فلزات سرب و روی انطباق خوبی با واحدهای آهکی منطقه مورد مطالعه که سنگ میزبان مناسبی برای تشکیل کانسارهای سرب و روی از نوع MVT هستند نشان می‌دهند.

**کلمات کلیدی:** فرکتال، آنومالی زمین‌شیمیایی، شاخص سینگولاریتی، سرب و روی، اراک

## مقدمه

امروزه داده‌های زمین‌شیمیایی رسوبات آبراهه‌ای اهمیت زیادی در مطالعات اکتشافی به خصوص برای شناسایی بی‌هنجاری‌های زمین‌شیمیایی و مناطق امیدبخش معدنی دارند. از داده‌های زمین‌شیمیایی برای جدایش جوامع مختلف از یکدیگر و نیز تعیین حد آستانه‌های آنومالی برای هر عنصر در منطقه مورد اکتشاف استفاده می‌شود (Afzal et al., 2017). به عبارتی در صورت عدم تعیین مقادیر زمینه هر عنصر در هر منطقه میزان آنومالی‌ها در آن منطقه دچار نوسان شده و موجب بروز خطاهای بزرگ در ارزیابی محدوده‌های امید بخش برای ادامه عملیات اکتشافی می‌شود (Nazarpour et al., 2015).

در گذشته برای تجزیه و تحلیل داده‌های زمین‌شیمیایی از روش آمار کلاسیک و روش تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD) استفاده می‌شد که این روش‌ها خود دارای نواقص و کاستی‌هایی از قبیل حذف تعدادی از داده‌ها به-عنوان خارج از ردیف، عدم توجه به توزیع فضایی داده‌ها، شرط تبعیت از

توزیع نرمال و نیز عدم توجه به شکل هندسی آنومالی‌ها بود (Reimann et al., 2017). در عین حال چون بسیاری از رخدادهای زمین‌شناسی از قوانین هندسه اقلیدسی پیروی نمی‌کنند؛ به همین دلیل باید از هندسه دیگری برای توصیف رخدادهای موجود در طبیعت استفاده کرد (Nazarpour et al., 2016).

در سال ۱۹۸۳ ماندلبورت نوعی هندسه را معرفی کرد که بر اساس آن تمام فرایندهای موجود در طبیعت را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد و آن هندسه را فرکتال نامید (Mandelbort, 1983). برای اولین بار چنگ، برای جداسازی آنومالی از زمینه از روش فرکتال عیار-تعداد (C-N) و عیار-مساحت (C-A) در کانسار مس-طلای پورفیری کانادا استفاده کرد (Cheng et al., 1994). نمودار لگاریتمی عیار در برابر تعداد و مساحت در نقاطی دچار شکست می‌شود یا به عبارتی تغییر شیب تند می‌دهد که این تغییر شیب بیانگر تغییر از زمینه به آنومالی‌های درجات مختلف و تغییرات در شرایط زمین‌شناسی است (Agterberg et al., 1996).

فازهای کوهزایی، دگرگونی و ماگماتیسم مهمی را تحمل نموده که مهمترین آنها فاز کوهزایی، دگرگونی و ماگماتیسم لازامید است (Alavi, 1994). زون فلززایی ملایر-الیگودرز-اصفهان در موقعیت زمین‌ساختی پشت کمانی جای دارد و در نتیجه فرورانش اقیانوس نئوتتیس به زیر صفحه ایران ایجاد شده است و مهمترین کمربند فلززایی سرب و روی ایران از نوع Sedex (سدکس) و نوع MVT (مس‌سی‌سی‌پی) با میزبان رسوبی) بشمار می‌رود (Rajabi et al., 2013). کانسارهای Sedex به همه کانسارهای سرب و روی با میزبان شیلی، ماسه‌سنگی سیلتستونی و یا جانشینی‌های کربناته درون توالی تخریبی گفته می‌شود و کانسارهای MVT، کانسارهایی هستند که در سکوه‌های کربناته تشکیل می‌شوند (مغفوری و همکاران، ۱۳۹۶). محدوده مورد مطالعه جزئی از کمربند متالوژن ملایر-الیگودرز-اصفهان است از پتانسیل معدنی بسیار بالایی برخوردار است و آثار کانی‌سازی قابل توجهی از فلزات سرب و روی در جنوب و شمال آن به چشم می‌خورد (شکل ۱). جایگیری ۴۲ کانسار و نشانه معدنی سرب و روی با میزبان کربناته در این ناحیه از جمله کانسار عمارت (Ehya et al., 2010) و تکیه (شهریاری، ۱۳۷۷) و رباط (Mahdavi et al., 2016) اهمیت رخداد کانه‌زایی در این منطقه را نشان می‌دهد. بر اساس شواهد زمین‌شناسی، محتمل‌ترین تیپ کانسارها در این منطقه از نوع MVT است (Karimzadeh, 1992). در پژوهش حاضر با بهره‌گیری از روش‌های مختلف آمار کلاسیک، مولتی‌فرکتال عیار-تعداد، عیار-مساحت و شاخص سینگولاریتی داده‌های زمین‌شیمیایی مربوط به عناصر سرب و روی در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک مورد بررسی قرار گرفته و نسبت به جداسازی آنومالی‌های زمین‌شیمیایی این عناصر و معرفی مناطق امید بخش کانه‌سازی اقدام شده است.

به‌طور کلی داده‌های زمین‌شیمیایی رفتار مولتی‌فرکتالی یا چند فرکتالی از خود نشان می‌دهند که این امر بیانگر وجود تغییراتی نظیر تغییر در شرایط زمین‌شیمیایی، دگرسانی و کانی‌سازی است (Zuo et al., 2016). یکی دیگر از روش‌هایی که امروزه برای جداسازی آنومالی‌ها مورد توجه قرار گرفته روش سینگولاریتی است. مشخص کردن آنومالی‌های پنهان که احتمال دارد روش‌های دیگر آن‌ها را زمینه در نظر بگیرند مزیت این روش است (Luo et al., 2018). Cheng برای طبقه‌بندی فرآیندهای کانی‌زایی گرمایی در سال ۲۰۰۷ مدل سینگولاریتی را ارائه داد و ثابت کرد کانی‌زایی می‌تواند یک فرآیند سینگولار باشد و بر همین اساس روش سینگولاریتی و نقشه‌های بدست آمده از این روش را برای پیش‌بینی مناطق امیدبخش کانساری به-کاربرد (Cheng, 2007).

کانسارهای سرب و روی با سنگ میزبان کربناته از مهمترین کانسارهای سرب و روی در ایران و جهان بشمار می‌آیند. در ایران کمربندهای سرب به چهار گروه تقسیم می‌شوند: (Rajabi et al., 2012)

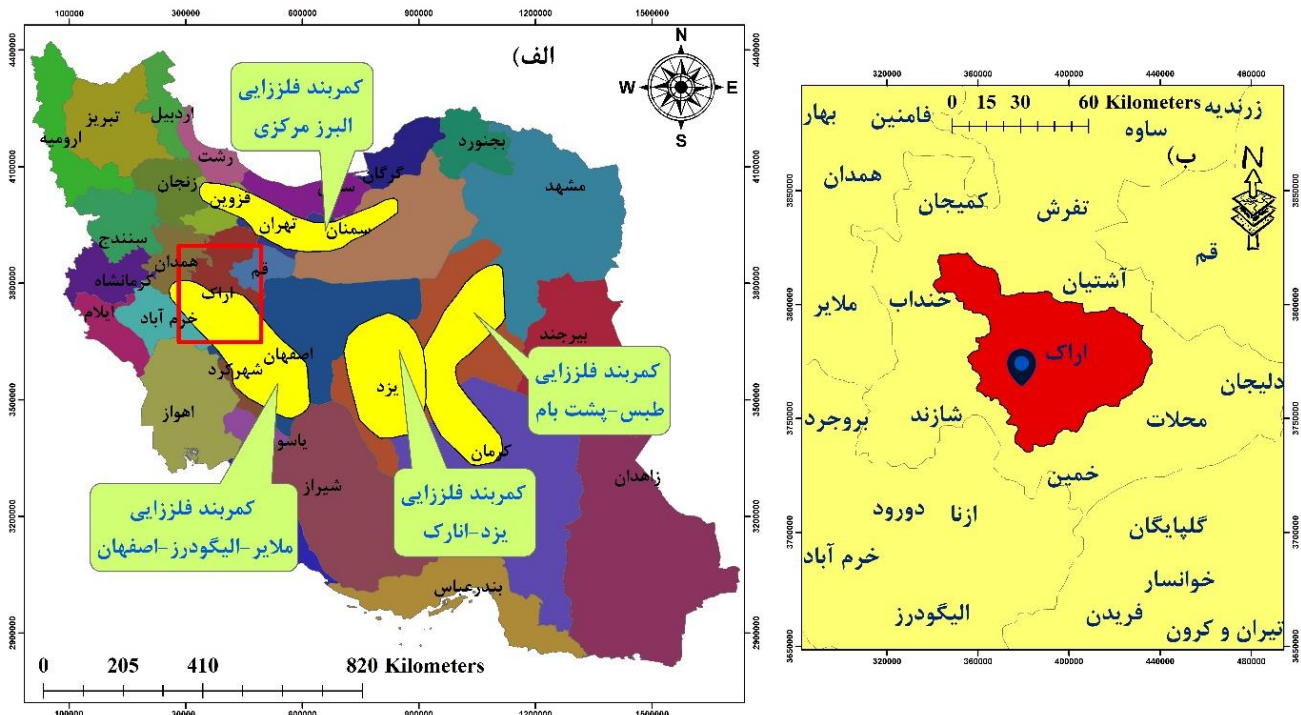
۱) البرز مرکزی

۲) یزد-انارک

۳) طیس-پشت‌بام

۴) ملایر-الیگودرز-اصفهان (شکل ۱).

از میان مناطقی که در ایران حاوی این تیپ کانسارها هستند زون ملایر-الیگودرز-اصفهان از اهمیت بالایی برخوردار است چرا که کانسارهای سرب و روی زیادی را در خود جای داده است (Rajabi et al., 2013). این کمربند فلززا در بخش مرکزی زون تکنونیک سنندج-سیرجان واقع شده است. زون سنندج-سیرجان یک زون پرتحرک در حاشیه ایران مرکزی و در مجاورت تراست زاگرس است که



شکل ۱. الف) موقعیت کمربندهای سرب و روی در ایران. ب) موقعیت منطقه مورد مطالعه.

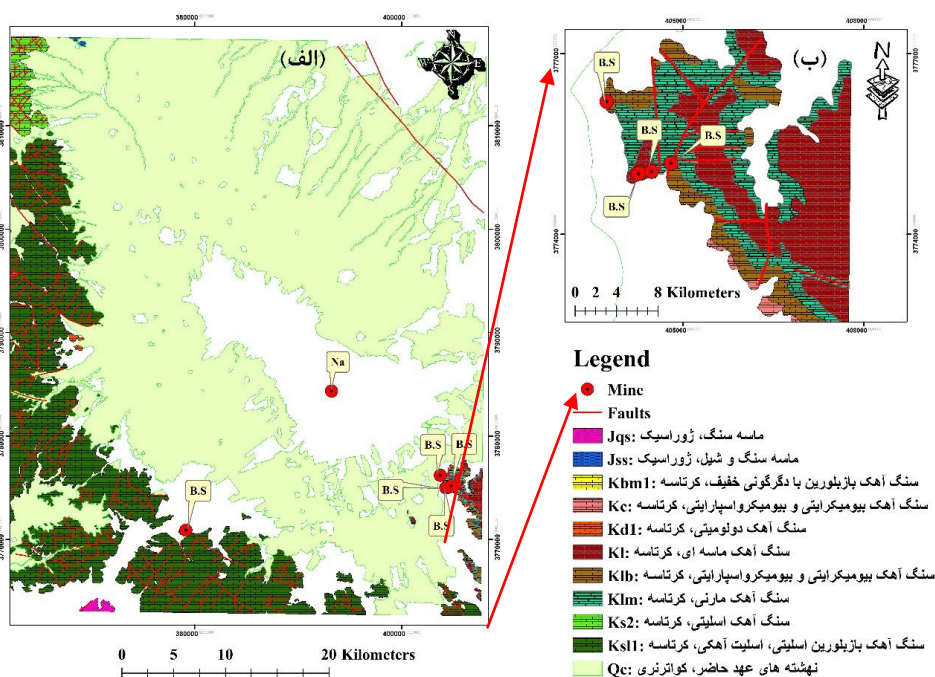
## زمین‌شناسی ناحیه‌ای منطقه

ورقه زمین‌شناسی ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک در محدوده استان مرکزی و شهرستان اراک واقع شده است (شکل ۱). بر پایه تقسیم بندی پهنه‌های ساختاری، منطقه مورد مطالعه در دو پهنه ایران مرکزی و سندج-سیرجان جای دارد. در گستره مورد نظر واحدهای رسوبی نواحی کم ارتفاع هستند که تنه‌سست‌هایی از دوران مزوزوئیک مربوط به پهنه سندج-سیرجان را در بر می‌گیرند (Mirnejad et al., 2011). در منطقه مورد نظر مطالعه اثری از سازندهای ژوراسیک میانی-بالایی نیست و به نظر می‌رسد در این زمان و به ویژه در ژوراسیک زیرین، نواحی مورد نظر از آب‌بیرون بوده‌اند (Ghorbani, 2013).

دشت اراک به صورت فروافتادگی میان دو رشته ارتفاعات شمالی و جنوبی واقع شده است که مرز اصلی ارتفاعات آن توسط دو گسل تلخاب و تبرته قطع شده‌اند (Stocklin, 1974). وجود این گسل‌ها سبب ظهور زون‌های مختلف زمین‌شناسی، از جمله زون سندج-سیرجان در منطقه شده است (Alavi, 1994). از نظر تکتونیکی در این برکه ساختمان‌های چین‌خورده‌ای یافت می‌شوند که با گسله‌های فشاری وابستگی نزدیکی دارند (آقانی، ۱۳۸۳). این ساختمان‌ها به گونه عمده تاقدیس یا ناودیس‌اند و از نظر فراوانی بیشترین گسترش آن‌ها در بخش شمال باختری-جنوب باختری است. بر اساس نقشه زمین‌شناسی (شکل ۲) ترکیب سنگ‌شناسی موجود در ورقه اراک از سنگ‌آهک اسلیتی، اسلیت آهکی و ماسه‌سنگ آمونیت‌دار است (Mehrnia, 2017). از نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد نظر می‌توان چنین نتیجه گرفت که لیتولوژی غالب موجود در منطقه آهک‌های کرتاسه هستند که با توجه به موقعیت جغرافیایی ورقه اراک، قسمت شمالی کمربند فلززایی ملایر-الیگودرز-اصفهان را شامل می‌شود (شکل ۱). سنگ‌های آهک کرتاسه پایین موجود در منطقه با واحدهای کهن‌تر (ژوراسیک پایین) هم‌جوار نیستند با این وجود در جنوب خاور این ورقه رخنمون‌های محدودی از واحد کنگلومرایی

قاعده کرتاسه دیده می‌شود (Agard et al., 2011). همچنین در این ناحیه واحدهایی از ژوراسیک و کرتاسه زیرین تا بالایی با روند عمومی شمال باختری-جنوب خاوری دیده می‌شود که تحت تأثیر دگرگونی قرار گرفته‌اند.

مطالعه انجام شده در معادن عمارت، موجان، رباط و کوه‌کلنگه نشان می‌دهد که کانی‌های اصلی موجود در معادن منطقه مورد نظر شامل گالن، اسفالریت، پیریت و کالکوپیریت است و کانی‌های فرعی شامل کوارتز، کلسیت، دولومیت، تترائیدریت، بورنویت، بورنیت، کولیت، سیدریت و اکسیدهای آهن است (جدول ۱) (Khani et al., 2016). همچنین نوع سنگ میزبان، سن، دگرسانی و کانه‌زایی مربوط به معادن سرب و روی منطقه نیز در (جدول ۱) به‌طور کامل بررسی شده است. واحدهای چینه-شناسی در این منطقه نیز با توجه به بررسی معادن ذکر شده، شامل سازندهای کرتاسه و رسوبات کواترنری است که شامل همبره‌های آهک بیومیکرایی ضخیم تا توده‌ای خاکستری رنگ حاوی فسیل به ویژه اوربیتولین همراه با رگه‌های کلسیت، چرت کرم تا سفید رنگ دارای رگه‌های کوارتز، مارن خاکستری روشن دارای رگه‌های کلسیت، شیل خاکستری تیره تا سیاه همراه با رگه‌های سیلیس و کلسیت دارای پیریت فراوان و آهک میکرایتی نازک است (Ehya et al., 2010). در ورقه اراک مهمترین واحد سنگی به علت دارا بودن پتانسیل فراوان در تشکیل فلزات سرب و روی واحد آهک کرتاسه می‌باشد. این موضوع به علت وجود رژیم تکتونیکی کششی کرتاسه زیرین می‌باشد که سبب تشکیل حوضه‌های فرازمین و فروزمین در کمربند فلززایی ملایر-الیگودرز-اصفهان شده است. در نتیجه بسیاری از کانسارهای سرب و روی با میزبان کربناته در حوضه‌های فروزمینی نهشته شده‌اند. در منطقه معدنی اراک نیز بر همین اساس، بسیاری از کانسارها و نشانه‌های معدنی سرب و روی تشکیل شده است (Rad et al., 2014).



شکل ۲. الف) نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه. ب) بخش جنوب شرق ورقه اراک که بیشترین معادن در آن قرار دارند.

جدول ۱. مقایسه ویژگی‌های معادن شاخص اراک.

نام کانسار و ویژگی‌ها	عمارت	موچان	رباط	کوه کلنگه
سنگ میزبان	سنگ‌های آهکی	سنگ‌های آهکی	واحدهای کربناتی	سنگ میزبان کربناته در توالی آواری-کربناته
سن سنگ میزبان	کرتاسه زیرین	کرتاسه زیرین	کرتاسه زیرین	کرتاسه زیرین
دگرسانی	سیلیسی-دولومیتی	سیلیسی-دولومیتی	سیلیسی-دولومیتی	سیلیسی-کلسیتی-دولومیتی
کانی فلزی	اسفالریت-پیریت-کالکوپیریت	اسفالریت-پیریت-کالکوپیریت	گالن-پیریت-روتیل	اسفالریت-گالن-پیریت
کانی غیرفلزی	کوارتز-کلسیت-باریت-کولیت	کوارتز-کلسیت-باریت-کولیت	کوارتز-کلسیت-اکسیدهای آهن-بورنیت	کوارتز-کلسیت-دولومیت-سیدریت
نحوه کانه‌زایی	لایه‌کران به صورت رگه و رگچه در سنگ‌های کربناتی سیلیسی شده	لایه‌کران به صورت رگه و رگچه در سنگ‌های کربناتی سیلیسی شده	چینه‌کران در سنگ‌های آهک سیلیسی شده و در بالاترین قسمت	لایه‌بندی در بخش بالایی سنگ‌آهک خاکستری اربیتولین‌دار

### روش مطالعه

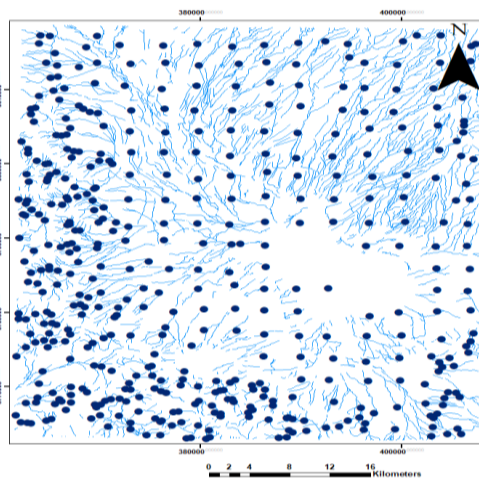
داده‌های زمین‌شیمیایی استفاده شده در این مطالعه شامل ۸۹۸ نمونه از عمق ۴۰ سانتی‌متری آبراهه‌ها و با تجزیه به روش ICP-MS برای دو عنصر سرب و روی در بر گره ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک است که توسط سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات مواد معدنی کشور تهیه شده است. موقعیت نمونه‌های برداشت شده در (شکل ۳) ارائه شده است. رسوبات آبراهه‌ای جهت تعیین مقدار زمینه و همچنین آستانه و آنومالی زمین‌شیمیایی عناصر فلزی سرب و روی برداشت شده‌اند و در این تحقیق با روش‌های مختلف از جمله آمار کلاسیک (Mean+2SDEV)، روش تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD)، همچنین روش‌های مولتی‌فرکتال از جمله عیار-تعداد (C-N) و عیار-مساحت (C-A) و شاخص سینگولاریتی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

در این مطالعه نمودارهای Q-Q توسط نرم افزار SPSS برای عناصر مورد نظر تهیه گردید. سرب و روی مطابق (شکل ۴) چندین جمعیت زمین‌شیمیایی را نشان می‌دهند که گواه بر اختلاط و فرآیندهای مختلف زمین‌شناختی و زمین‌شیمیایی می‌باشد. بنابراین استفاده از روش‌های فرکتالی و شاخص سینگولاریتی برای جدایش آنومالی‌های زمین‌شیمیایی دقت نتایج ما را افزایش می‌دهد. همچنین در بعضی از مناطق مشاهده می‌شود که نمونه‌برداری بیشتری صورت گرفته که با مقایسه با نقشه زمین‌شناسی منطقه (شکل ۲) مشخص می‌شود که درون آهک‌های کرتاسه منطقه هستند که پتانسیل بالایی در تشکیل کانسارهای سرب و روی از نوع Sedex و MVT دارند. نتایج پژوهش‌های اخیر نشان داده در مناطقی که کمپلکس‌های زمین‌شناسی وجود نداشته باشد روش‌های آمار کلاسیک و MAD از دقت بالاتری برخوردار هستند و آنومالی کاذب کم‌تری را نسبت به مناطقی که ساختارهای پیچیده زمین‌شناسی وجود دارد از خود نشان می‌دهند.

آنالیز نمونه‌ها نمودارهای Q-Q تک عنصری، می‌توانند در مشخص کردن نقاط شکست جمعیت‌های زمین‌شیمیایی و ثابت کردن دقت روش‌های انجام داده شده مفید واقع شوند. بدین صورت که اگر پس از رسم نمودار تمام داده‌ها روی خط مماس شوند، نشان دهنده نرمال بودن داده‌ها است که در این حالت روش آمار کلاسیک و MAD بهترین روش برای جداسازی آنومالی از زمینه برای عناصر مورد نظر است (Zhao et al., 2018). در صورتی که داده‌ها روی خط

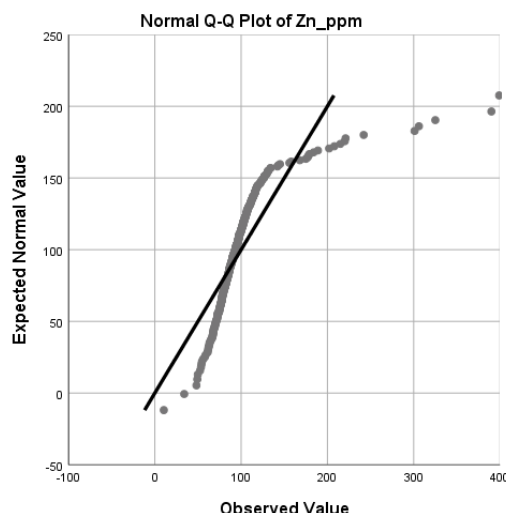
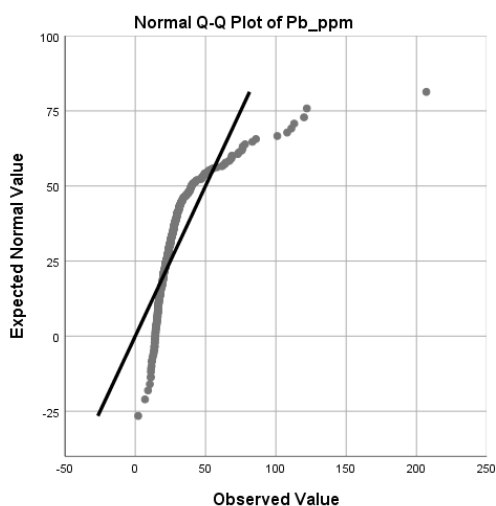
### آنالیز نمونه‌ها

نمودارهای Q-Q تک عنصری، می‌توانند در مشخص کردن نقاط شکست جمعیت‌های زمین‌شیمیایی و ثابت کردن دقت روش‌های انجام داده شده مفید واقع شوند. بدین صورت که اگر پس از رسم نمودار تمام داده‌ها روی خط مماس شوند، نشان دهنده نرمال بودن داده‌ها است که در این حالت روش آمار کلاسیک و MAD بهترین روش برای جداسازی آنومالی از زمینه برای عناصر مورد نظر است (Zhao et al., 2018). در صورتی که داده‌ها روی خط



شکل ۳. موقعیت نقاط نمونه‌برداری شده از رسوبات آبرفتی برداشت شده در منطقه مورد مطالعه.





شکل ۴. نمودار Q-Q داده‌های خام زمین‌شیمیایی که نشان دهنده چندین جمعیت زمین‌شیمیایی می‌باشند.

(Nazarpour et al., 2015). مطابق تجزیه و تحلیل آماری معمولاً میانگین + دو برابر انحراف معیار را به عنوان آنومالی احتمالی و میانگین + سه برابر انحراف معیار را آنومالی ممکن در نظر می‌گیرند (Hashemi marand et al., 2018). با توجه به مطالب گفته شده در بالا و پارامترهای آماری محاسبه شده، تفکیک جوامع آنومالی از زمینه برای داده‌های سرب و روی ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک با استفاده از نرم افزار ArcGIS مطابق (شکل ۵) انجام شد. همچنین به منظور تعیین حد آستانه برای فلزات سرب و روی، از روش تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD) استفاده شده است. در دهه ۱۹۷۰، Tukey، داده-کاوی اکتشافی را جهت آنالیز و تفسیر داده‌های تک متغیره‌ای که از الگوی توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند را معرفی نمود. همچنین این روش حساسیتی نسبت به وجود داده‌های خارج از ردیف نسبت به خود نشان نمی‌دهد و در واقع وجود داده‌های پرت و خارج از ردیف تأثیر چندانی بر روی نتیجه نهایی ندارد. در این مطالعه حد آستانه با استفاده از آمار انحراف مطلق از میانه (MAD) توسط رابطه زیر و مطابق شکل ۶ محاسبه گردیده است (Tukey, 1976):

$$MAD = \text{median} [ | \bar{X}_i - \text{median}(\bar{X}_i) | ] \quad (1)$$

جدول ۲. محاسبه پارامترهای آماری برای عناصر سرب و روی در ورقه اراک.

عنصر	ماکزیمم	مینیمم	میانگین	میانه	انحراف معیار	واریانس	کشیدگی	چولگی	MAD
Pb (ppm)	۲۰۷	۲/۱	۲۷/۳۸	۲۳/۳	۱۸/۰۴	۳۲۵/۴۸	۲۸/۰۴	۴/۲۴	۱/۶۴
Zn (ppm)	۱۱۷۰	۱۰/۴	۱۰۰/۲۴	۹۲/۲۵	۶۲/۵۲	۳۹۰۹	۱۹۴/۵۸	۱۲/۰۷	۲/۱۷

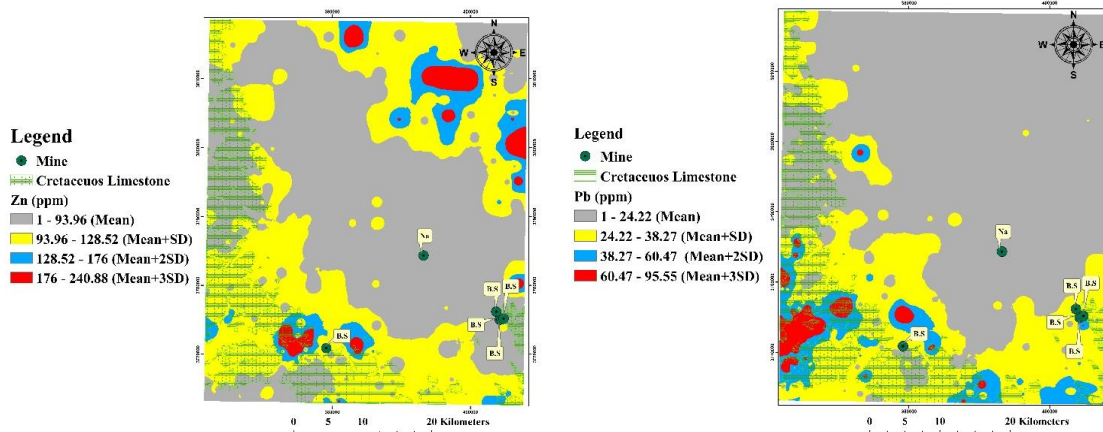
جدول ۳. تقسیم‌بندی جوامع زمین‌شیمیایی برحسب مقدار میانگین و انحراف معیار (آمار کلاسیک) برای عناصر مورد نظر در ورقه اراک.

عنصر	کمترین زمینه	بیشترین زمینه	آنومالی احتمالی	آنومالی ممکن
Pb (ppm)	میانگین=۲۴/۲۲	میانگین+انحراف معیار=۳۸/۲۷	میانگین+دو برابر انحراف معیار=۶۰/۴۷	میانگین+سه برابر انحراف معیار=۹۵/۵۵
Zn (ppm)	میانگین=۹۳/۹۶	میانگین+انحراف معیار=۱۲۸/۵۹	میانگین+دو برابر انحراف معیار=۱۷۶	میانگین+سه برابر انحراف معیار=۲۴۰/۸۸

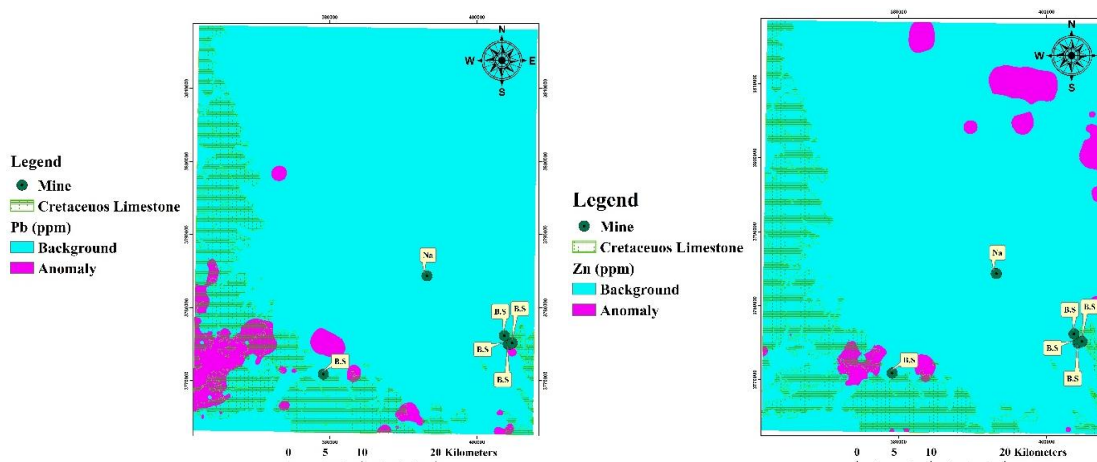
## بحث

### آمار کلاسیک (Mean+2SDEV) و تحلیل داده های اکتشافی (MAD)

در این روش، مهمترین پارامترهای آماری از قبیل میانگین، میانه، مد، انحراف معیار و ... که در تجزیه و تحلیل داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند محاسبه گردیده است. این پارامترها و نتایج حاصل از آنها برای دو عنصر سرب و روی محاسبه و در (جدول‌های ۲ و ۳) ارائه شده‌اند. پس از محاسبه پارامترهای آماری و تقسیم‌بندی جوامع زمین‌شیمیایی برحسب مقدار میانگین و انحراف معیار برای دو عنصر سرب و روی در منطقه مورد نظر به جداسازی جوامع زمینه و آنومالی می‌پردازیم. در اینجا با توجه به عدم تبعیت داده‌ها از حالت نرمال، که در واقع نشان دهنده عملکرد فرآیندهای زمین‌شناختی در منطقه می‌باشد، نمی‌توان مقدار میانگین عناصر سرب ۲۴/۲۲ ppm و روی ۹۳/۹۶ ppm را به عنوان مقدار زمینه در نظر گرفت (Nazarpour et al., 2016). بنابراین جهت محاسبه حد آستانه آنومالی فلزات مورد نظر، به انحراف معیار نیاز داریم که مطابق (جدول ۲) برای هر دو عنصر محاسبه شده است



شکل ۵. نقشه توزیع جوامع زمین‌شیمیایی عناصر سرب و روی بر اساس روش آمار کلاسیک در ورقه اراک.



شکل ۶. نقشه توزیع جوامع زمین‌شیمیایی عناصر سرب و روی بر اساس روش MAD در ورقه اراک.

سوم و چهارم نیز دامنه عیار بین ۱۹/۹۵ تا ۵۶/۲۳ ppm را بیان می‌کند که این مقدار در واقع حد متوسط آنومالی را در منطقه نشان می‌دهد. جامعه پنجم با نشان دادن دامنه عیار بین ۵۶/۲۳ تا ۶۳/۰۹ ppm حد آنومالی بالا را در منطقه نشان می‌دهد. جمعیت ششم که شیب آن نزدیک به خط عمود است، نشان دهنده شدیدترین نوع آنومالی در منطقه و دارای عیار بالاتر از ۶۳/۰۹ ppm است. همچنین منحنی فرکتال عیار-تعداد برای عنصر روی، شش جامعه زمین‌شیمیایی مختلف در منطقه مورد نظر را نشان می‌دهد. بر اساس نقاط شکست به دست آمده از نمودار لگاریتمی عیار-تعداد در (شکل ۷) پراکندگی جوامع زمین‌شیمیایی عنصر روی در (شکل ۸) مشخص گردیده است. جمعیت اول و دوم با شیب نزدیک به خط افق، نشان دهنده دامنه عیار بین ۶۳/۰۹ تا ۸۹/۱۲ ppm است و برابر با مقدار زمینه عنصر روی در منطقه مورد مطالعه می‌باشد. جامعه سوم و چهارم نمایانگر دامنه عیار بین ۸۹/۱۲ تا ۱۴۱/۲۵ ppm است که مقدار آنومالی متوسط را در منطقه نشان می‌دهد. جمعیت پنجم که برابر است با حد بالای آنومالی موجود در منطقه دامنه عیار بین ۱۴۱/۲۵ تا ۱۷۷/۸۲ ppm را بیان می‌کند. جامعه ششم و آخر که تقریباً شیبی نزدیک به خط عمود دارد، شدیدترین نوع آنومالی را در منطقه نشان می‌دهد و عیار آن بالاتر از ۱۷۷/۸۲ ppm است. حد آستانه‌های بدست آمده از روش فرکتال عیار-تعداد برای عناصر مورد نظر در (جدول ۴) مشخص شده است.

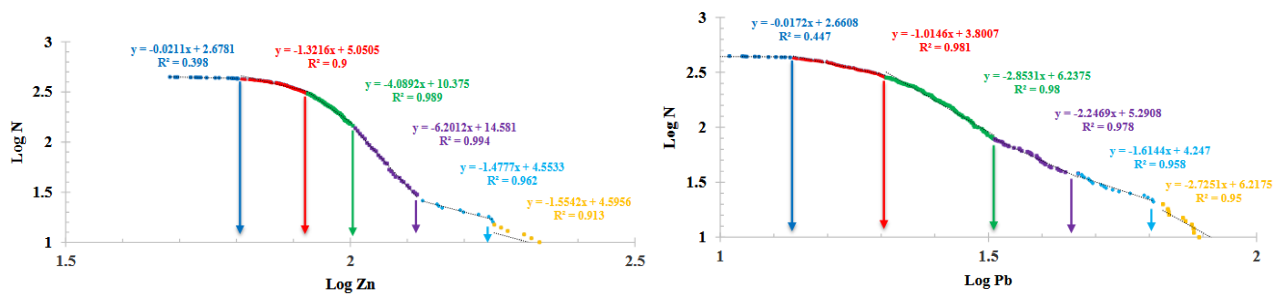
### فرکتال عیار-تعداد (C-N)

روش فرکتالی عیار-تعداد (C-N) بر اساس رابطه معکوس بین عیار و فراوانی جمعیتی هر عیار و عیارهای بالاتر از آن است. این روش بر اساس (رابطه ۲) معرفی می‌شود (Deng et al., 2010):

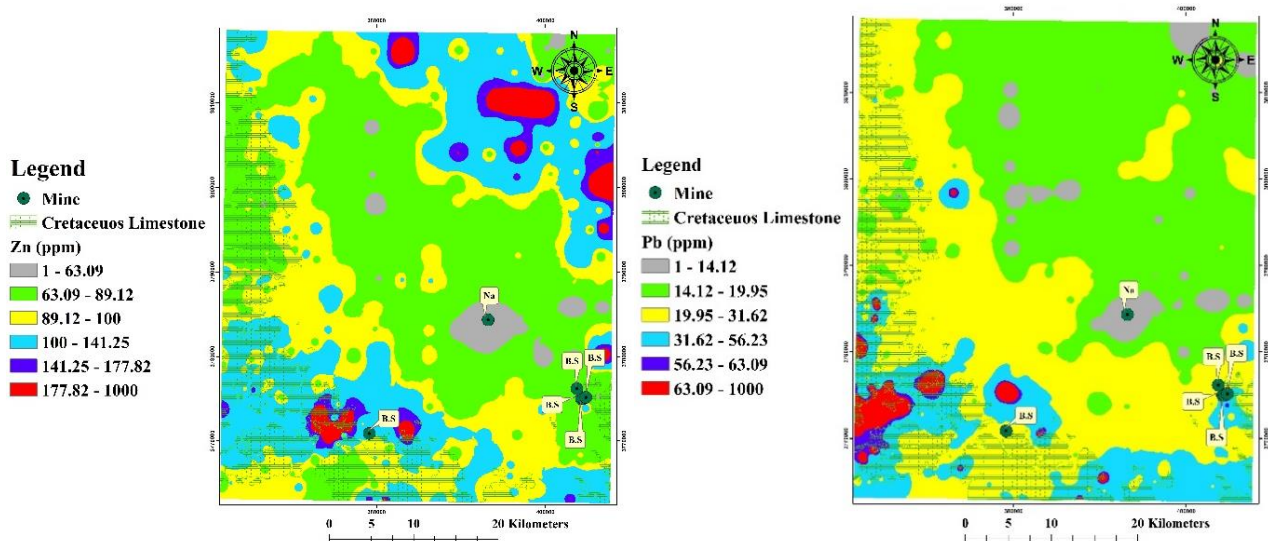
$$N(\geq C) \propto p^{-\beta} \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $C$  و  $N$  به ترتیب غلظت و فراوانی عیار عنصر مورد نظر می‌باشند، همچنین،  $N(\geq C)$  برابر با تعداد نمونه‌هایی است که دارای عیار مساوی و یا بالاتر از  $C$  هستند.  $p$  برابر عیار و  $\beta$  برابر بُعد فرکتال است. مزیت این روش این است که قبل از تخمین و با داده‌های خام محاسبات را انجام می‌دهد (Lima., 2018). به عبارتی، در این روش، داده‌ها نیاز به پردازش و تخمین ندارند (Cheng et al., 1997). بر اساس مدل‌های فرکتالی عیار-تعداد، نمودارهای لگاریتمی و جمعیت‌های زمین‌شیمیایی برای عناصر سرب و روی به ترتیب در (شکل‌های ۷ و ۸) ترسیم شده است.

منحنی فرکتال عیار-تعداد برای عنصر سرب، نشانگر شش جمعیت زمین‌شیمیایی مختلف در برگه ۱:۱۰۰۰۰۰ اراک است. بر اساس نقاط شکست به دست آمده در نمودار لگاریتمی عیار-تعداد عنصر سرب (شکل ۷)، توزیع جوامع زمین‌شیمیایی مختلف عنصر سرب در شکل ۸ مشخص شده است. جامعه اول و دوم با شیب نزدیک به خط افق، دامنه عیار بین ۱۴/۱۲ تا ۱۹/۹۵ ppm را نشان می‌دهد که مقدار زمینه عنصر سرب در منطقه مورد نظر می‌باشد. جامعه



شکل ۷. نمودار لگاریتمی عیار-تعداد عناصر سرب و روی برای منطقه مورد نظر (اراک).



شکل ۸. نقشه توزیع جوامع زمین‌شیمیایی عناصر سرب و روی بر اساس روش فرکتال عیار-تعداد در ورقه اراک.

جدول ۴. تعیین حد آستانه‌های عناصر سرب و روی بر اساس روش فرکتال عیار-تعداد در ورقه اراک.

تفسیر زمین‌شیمیایی	دامنه عیار	عنصر
زمینه	۱۴/۱۲ - ۱۹/۹۵	Pb (ppm)
آنومالی متوسط	۱۹/۹۵ - ۵۶/۲۳	
آنومالی بالا	۵۶/۲۳ - ۶۳/۰۹	
آنومالی شدید	> ۶۳/۰۹	
زمینه	۶۳/۰۹ - ۸۹/۱۲	Zn (ppm)
آنومالی متوسط	۸۹/۱۲ - ۱۴۱/۲۵	
آنومالی بالا	۱۴۱/۲۵ - ۱۷۷/۸۲	
آنومالی شدید	> ۱۷۷/۸۲	

**فرکتال عیار-مساحت (C-A)**

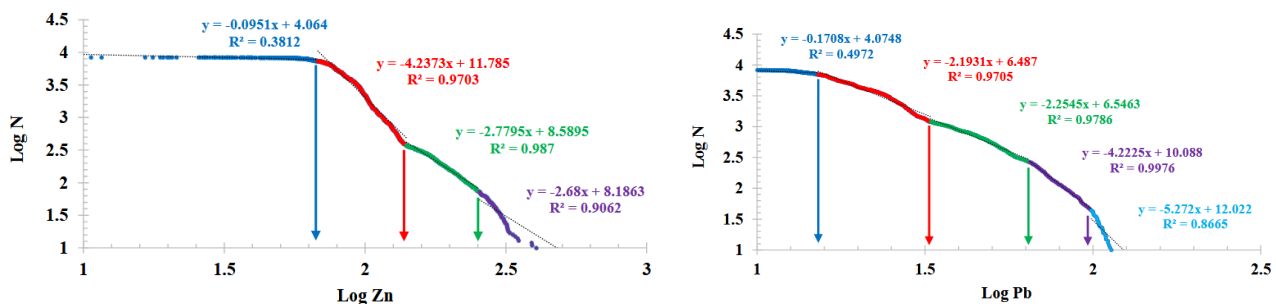
روش فرکتالی عیار-مساحت (C-A)، از مرسوم‌ترین روش‌ها برای نمایش توزیع عیار یک عنصر از طریق ترسیم نقشه کانتوری هم‌عیار در منطقه مورد نظر می‌باشد. اگر مقدار هر کانتور  $p$  در نظر گرفته شود، می‌توان یک معادله توانی را مطابق رابطه ۳ ارائه نمود (Cheng et al., 1996).

$$A(> p) \propto p^{-D} \quad (3)$$

مقدار  $D$  در واقع بُعد فرکتالی مربوط به دامنه‌های متفاوت  $p$  را نشان می‌دهد. با ترسیم تغییرات مساحت در برابر عیار، در نمودار لگاریتمی،

می‌توان بُعد هر جامعه را از طریق شیب خط برازش به آن محاسبه کرد (Asadi et al., 2014).

بُعد فرکتال بدست آمده به نحوی بیان کننده میزان مساحت احاطه کننده داده‌های موجود می‌باشد (Wang et al., 2015). به طوری که بُعد فرکتال آخرین خط برازش که دارای عیار بالایی می‌باشد، معمولاً دارای مقدار کمتری است که بیان کننده مقدار مساحت کمتر نمونه‌های با عیار بالاست (Shokouh saljoughi et al., 2018). بر اساس مدل‌های فرکتالی عیار-مساحت، نمودارهای لگاریتمی و جمعیت‌های زمین‌شیمیایی برای عناصر سرب و روی به ترتیب در (شکل‌های ۹ و ۱۰) ترسیم شده است.



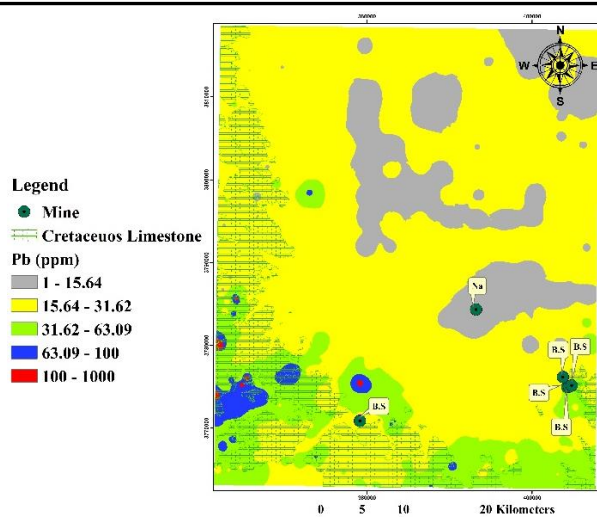
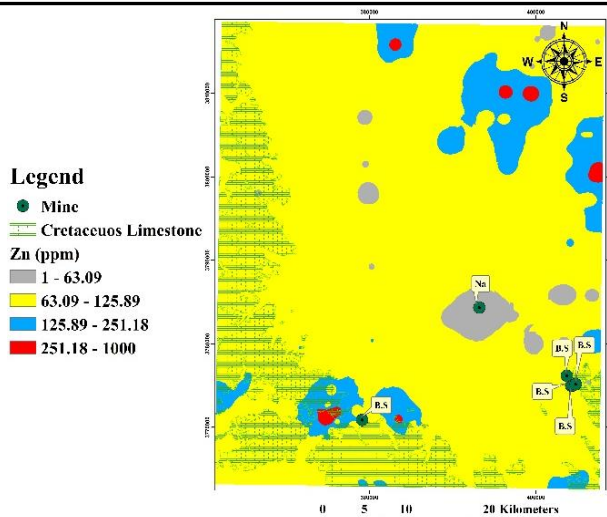
شکل ۹. نمودار لگاریتمی عیار-مساحت عناصر سرب و روی برای منطقه مورد نظر (اراک).

۲۵۱/۱۸ ppm است. حد آستانه‌های عناصر سرب و روی بر اساس روش فرکتال عیار-مساحت در جدول ۵ مشخص شده است. بطور کلی هرکدام از جمعیت‌های زمین‌شیمیایی که از روش‌های مولتی‌فرکتال عیار-تعداد و عیار-مساحت به دست آمده‌اند، توزیع مختص به خود را نشان می‌دهند (Zuo et al., 2012). رفتار غیرهمسان عناصر در محیط‌های زمین‌شیمیایی مختلف و همچنین جمعیت‌های زمین‌شیمیایی مختلف با کمپلکس‌های زمین‌شناختی منطقه از قبیل واحدهای لیتولوژی (آهک‌های کرتاسه) که لیتولوژی غالب در منطقه به حساب می‌آید و همچنین گسل‌ها که در شکل گرفتن آنومالی‌ها نقش دارند در ارتباط می‌باشند که این ویژگی به علت ماهیت فرکتالی توزیع عناصر در طبیعت است (Hao et al., 2014). گسل‌ها از طریق ایجاد شکستگی و درزه‌ها در آهک‌های کرتاسه منطقه شده سبب می‌شوند که آب‌های جوی پس از شستشوی مواد از مسیر خود باردار شده و توسط سیالات درون سنگ‌ها حمل شوند. این آب‌ها عناصر را در لایه کربناتی ته‌نشست می‌دهند و همین علت سبب ایجاد تغییر در شرایط زمین‌شناسی منطقه و تغییر در نمودارهای لگاریتمی فلزات مورد نظر می‌شود. در استفاده از روش‌های مولتی‌فرکتالی برای جداسازی آنومالی‌های زمین‌شیمیایی، نیازی به حذف مقادیر خارج از رده نیست، در واقع به علت ماهیت فرکتالی داده‌های زمین‌شیمیایی، به طور خودکار این داده‌ها کنار گذاشته می‌شوند (Delavar et al., 2012).

بر اساس نقاط شکست به دست آمده از نمودار لگاریتمی عیار-مساحت عنصر سرب (شکل ۹)، توزیع جوامع زمین‌شیمیایی مختلف عنصر سرب در شکل ۱۰ تعیین گردیده است. جامعه اول و دوم با شیبی نزدیک به خط افق، دامنه عیار بین ۱۵/۸۴ تا ۳۱/۶۲ ppm و همچنین مقدار زمینه عنصر سرب را در منطقه نشان می‌دهد. جمعیت سوم که مقدار آنومالی متوسط عنصر روی را نشان می‌دهد دارای دامنه عیار بین ۳۱/۶۲ تا ۶۳/۰۹ ppm است. جامعه چهارم نمایانگر دامنه عیار بین ۶۳/۰۹ تا ۱۰۰ ppm و مقدار آنومالی بالا در منطقه است. جمعیت آخر که شیب آن نزدیک به خط عمود است، بیشترین نوع آنومالی را در منطقه نشان می‌دهد و دارای عیار بالاتر از ۱۰۰ ppm است.

منحنی فرکتال عیار-مساحت برای عنصر روی، چهار جمعیت زمین‌شیمیایی مختلف در منطقه مورد نظر را نشان می‌دهد. براساس نقاط شکست به دست آمده در نمودار لگاریتمی عیار-مساحت عنصر روی در (شکل ۹) پراکندگی جوامع زمین‌شیمیایی عنصر روی در شکل ۱۰ مشخص گردیده است. جامعه اول دارای شیب نزدیک به خط افق است که مقدار زمینه عنصر روی در منطقه مورد نظر می‌باشد و حد آستانه عیار آن ۶۳/۰۹ ppm می‌باشد. جامعه دوم نمایانگر دامنه عیار بین ۶۳/۰۹ تا ۱۲۵/۸۹ ppm و مقدار آنومالی حد متوسط عنصر روی می‌باشد. جمعیت سوم عیار بین ۱۲۵/۸۹ تا ۲۵۱/۱۸ ppm و آنومالی بالا را در منطقه نشان می‌دهد. جمعیت چهارم و آخر، تقریباً شیبی نزدیک به خط عمود دارد و شدیدترین نوع آنومالی را در منطقه نشان می‌دهد و عیار آن بالاتر از





شکل ۱۰. نقشه توزیع جوامع زمین‌شیمیایی عناصر سرب و روی بر اساس روش فرکتال عیار-مساحت در ورقه اراک.

جدول ۵. تعیین حد آستانه‌ای عناصر سرب و روی بر اساس روش فرکتال عیار-مساحت در ورقه اراک.

تفسیر زمین‌شیمیایی	دامنه عیار	عنصر
زمینه	۱۵/۸۴ - ۳۱/۶۲	Pb (ppm)
آنومالی متوسط	۳۱/۶۲ - ۶۳/۰۹	
آنومالی بالا	۶۳/۰۹ - ۱۰۰	
آنومالی شدید	> ۱۰۰	
زمینه	≤ ۶۳/۰۹	Zn (ppm)
آنومالی متوسط	۶۳/۰۹ - ۱۲۵/۸۹	
آنومالی بالا	۱۲۵/۸۹ - ۲۵۱/۱۸	
آنومالی شدید	> ۲۵۱/۱۸	

### شاخص سینگولاریتی

۲- برای پیاده کردن داده‌های  $C[A(r_i)]$  و  $r_i$  در یک نمودار لگاریتمی از (رابطه ۵) استفاده می‌کنیم:

$$\log C[A(r_i)] = C + (2 - \alpha) \log(r) \quad (5)$$

مقدار  $2 - \alpha$  را می‌توان از شیب خط راست بدست آورد. ۳- تکرار کردن روش‌های گفته شده برای تمام مناطق دیگر در نقشه زمین‌شیمیایی. برای یک نقشه ژئوشیمیایی، مقدار  $\alpha$  (شاخص سینگولاریتی) نزدیک به ۲ یک توزیع نرمال را نشان می‌دهد. درحالی که مناطقی با سینگولاریتی مثبت ( $\alpha > 2$ ) غنی‌شدگی و سینگولاریتی منفی ( $\alpha < 2$ ) تهی‌شدگی غلظت عناصر را نشان می‌دهد (Cheng, 2007).

در این پژوهش مقدار  $\alpha$  (شاخص سینگولاریتی) برای عنصر سرب، در حدود ۱/۴ نمایانگر زمینه و شاخص حدود ۲/۷ نمایانگر آنومالی می‌باشد که در قسمت جنوب‌غربی و شرق محدوده بیشترین میزان آنومالی را نشان می‌دهد. برای عنصر روی، مقدار  $\alpha$  (شاخص سینگولاریتی) حدود ۱/۲ نمایانگر زمینه و شاخص حدود ۲/۷ نمایانگر آنومالی در منطقه مورد مطالعه می‌باشد که شمال شرق و جنوب محدوده بصورت پراکنده بیشترین آنومالی را نشان می‌دهد (شکل ۱۱). انطباق محدوده‌های آنومالی مشخص شده با توزیع فضایی رخنمون‌های آهکی در منطقه نشان دهنده همپوشانی بسیار بالای مناطق دارای آنومالی با رخدادهای معدنی منطقه و رخنمون‌های آهکی می‌باشد.

تکنیک سینگولاریتی یکی دیگر از پیشرفت‌های مهم برای مدل‌سازی فرکتالی و مولتی‌فرکتالی برای داده‌های زمین‌شیمیایی به حساب می‌آید (Zuo et al., 2012). این تعریف به عنوان مشخصه رفتارهای آنومالی از فرایندهای فیزیکی منحصر به فرد که مقادیر آنومالی از انرژی رها شده یا ذخیره شده در یک فاصله زمانی و فضایی هستند به دست می‌آید. سینگولاریتی قادر به تخمین زدن غلظت فلزات از طریق مشاهده پنجره‌های کوچک مجاور هم بر اساس معادله زیر است:

$$X = c \cdot \varepsilon^{\alpha - E} \quad (4)$$

جایی که  $X$  نشان دهنده غلظت عنصر،  $c$  یک مقدار ثابت،  $a$  شاخص سینگولاریتی،  $\varepsilon$  اندازه فاصله نرمال شده و  $E$  بعد اقلیدسی می‌باشد (Agterberg, 2012). شاخص سینگولاریتی از شیب خط مستقیم برازش شده با جفت داده‌های  $c$  و  $\varepsilon$  در نمودار لگاریتمی تخمین زده می‌شود (Cheng, 2007). این روش دو نوع آنومالی قوی و ضعیف را نشان می‌دهد که بر اساس نقاط برداشت شده از داده‌های زمین‌شیمیایی خام یا نقشه‌های رستری با استفاده از نرم افزار Matlab مطابق مراحل زیر انجام می‌شود: ۱- موقعیتی روی نقشه با مجموعه‌ای از پنجره‌های متغیر (مربع شکل)  $A(r)$   $r_{min}=r_1 < r_2 < \dots < r_n=r_{max}$  در نظر گرفته می‌شود و محاسبه میانگین غلظت  $C[A(r_i)]$  برای هر اندازه پنجره در روی نقشه محاسبه می‌شود. زمانی  $C[A(r_i)]$  با مجموع کل غلظت‌های یک خانه از پنجره برابری می‌کند که بر کل تعداد خانه‌های درون پنجره تقسیم شود.

(شکل ۱۲) نمودار مقدار سینگلاریتی در برابر مقدار  $t$  که در ارتباط با رخنمون‌های معدنی است، را نشان می‌دهد. مقدار  $t$  از رابطه  $C/S(C)$  با استفاده از روش شواهد وزنی (WofE) به دست آمده است. جایی که  $C = W^+ - W^-$  و  $S(C)$  انحراف معیار (SDEV) باشد.  $W^+$  و  $W^-$  زمانی که مدل‌های اثبات شده‌ای باشند (به عنوان مثال آنومالی-ها) مقادیر وزن‌هایی هستند که از  $W^+$  زمانی که موجود باشد و از  $W^-$  زمانی که موجود نباشد استفاده می‌شود (Agterberg et al., 1990).

در واقع این نمودار مشخص کننده مقادیری از  $\alpha$  است که از روش سینگلاریتی به دست آمده و بیان کننده این است که در کدام مقدار بدست آمده از روش سینگلاریتی احتمال وجود کانسارهای سرب و روی بیشتر است همان‌طور که از نمودار پیداست برای هر دو عنصر سرب و روی مقدار  $\alpha$  (شاخص سینگلاریتی)  $2/1$  به دست آمده است که این مقدار بیانگر بیشترین میزان احتمال وجود کانسارهای سرب و روی در ورقه  $1:100000$  اراک است. علت تشابه این نمودار برای هر دو عنصر این است که کانسارهای سرب و روی عمدتاً با یکدیگر تشکیل می‌شوند و شرایط تشکیل مشابهی دارند.

### مقایسه عملکرد روش‌های انجام شده

در این پژوهش جهت جداسازی آنومالی‌های زمین‌شیمیایی سرب و روی در ورقه  $1:100000$  اراک از روش آمار کلاسیک (Mean+2SDEV)، تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD)، مدل‌های فرکتالی عیار-تعداد (C-N) و عیار-مساحت (C-A) و روش سینگلاریتی استفاده گردیده است. در روش آمار کلاسیک و MAD، تفسیر و پردازش داده‌ها بر اساس غلظت و عیار داده‌های برداشت شده می‌باشد و موقعیت نمونه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود به همین علت احتمال دارد که بعضی از محدوده‌های معرفی شده توسط این روش‌ها به عنوان آنومالی کاذب باشند درحالی که حد آستانه به دست آمده از مدل‌های فرکتالی، فراوانی مربوط به داده‌های ورودی (عیار عناصر مختلف) را نشان می‌دهد و مشخصات فضایی و هندسی منعکس شده توزیع را نیز بر اساس مدل فرکتالی عیار-تعداد و عیار-مساحت مشخص می‌سازد. در نتیجه با مقایسه بین مقادیر به دست آمده از روش‌های فرکتالی، آمار کلاسیک، MAD و سینگلاریتی و همچنین آنومالی‌های معرفی شده توسط هر یک از روش‌های مذکور، توانمندی روش سینگلاریتی در تعیین حدود آستانه دقیق، کاهش هزینه‌های اکتشافی و نتایج دقیق‌تر اثبات گردید.

آنومالی‌های حاصل از روش آمار کلاسیک و MAD گستردگی بیشتری نسبت به روش‌های فرکتالی عیار-تعداد و عیار-مساحت از خود نشان می‌دهند که این به علت توزیع نرمال، حذف تعدادی از داده‌ها به عنوان خارج از ردیف و عدم توجه به توزیع فضایی داده‌ها می‌باشد. در تفکیک جوامع آنومالی برای عناصر سرب و روی، در هر دو روش فرکتالی عددهای بزرگتر و محدوده‌های کوچکتری را نسبت به روش آمار کلاسیک و MAD از خود نشان می‌دهد که علت آن این است که روش فرکتالی ساختار فضایی داده‌ها را نیز مورد توجه قرار می‌دهد، درحالی که در روش آمار کلاسیک و MAD این چنین نیست. مقایسه روش‌های به کار گرفته شده در واقع نشان دهنده این موضوع است که روش‌های آمار کلاسیک و MAD آنومالی‌های با مساحت بیشتر را برای ما مشخص می‌کنند که این نوع آنومالی‌ها با توجه به مطالب گفته شده آنومالی کاذب بشمار می‌روند. روش فرکتالی عیار-مساحت (C-A) در مناطقی نتایج بهتری از خود نشان

می‌دهد که آنومالی زمینه ساده باشد یا به عبارتی خیلی شدید نباشد اما در مناطقی که ساختارهای زمین‌شناسی پیچیده و آلتراسیون‌های زمین-شیمیایی وجود داشته باشد این روش در شناسایی آنومالی‌های شدید دچار مشکل می‌شود (Zuo et al., 2012). در این حالت باید منطقه مورد مطالعه را به مناطق کوچکی تقسیم‌بندی نماییم سپس هر بخش را با استفاده از مدل فرکتالی عیار-مساحت به صورت جداگانه مورد ارزیابی قرار دهیم. حتی در این حالت هم امکان دارد به نتایج مطلوب نرسیم.

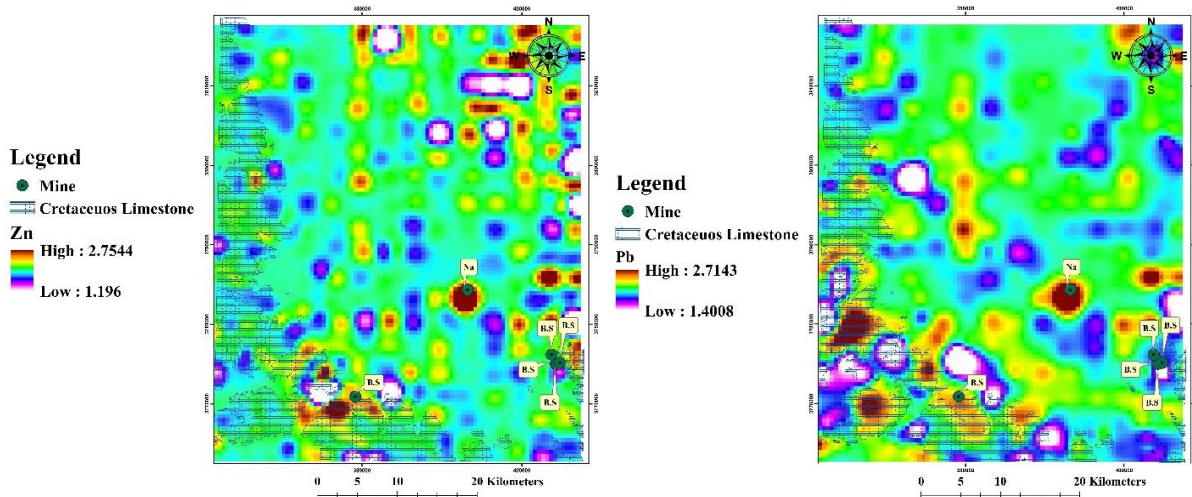
زمانی که منطقه مورد مطالعه از لایه‌های رسوبی و یا از پوشش گیاهی شدید پوشیده شده باشد روش فرکتال عیار-مساحت قادر به شناسایی آنومالی‌ها در این مناطق نیست. بطور کلی روش فرکتالی عیار-مساحت (C-A) در شناسایی آنومالی‌های شدید از دقت بالایی برخوردار نیست. روش شاخص سینگلاریتی در مقایسه با سایر روش‌ها آنومالی‌های پنهان و دقیق بیشتری که مطابق با ساختارهای زمین‌شناسی منطقه هستند را برای ما مشخص می‌کند. برعکس روش عیار-مساحت، در مناطقی که ساختارهای زمین‌شناسی و لیتولوژی متعدد هستند قادر به شناسایی آنومالی‌های ضعیف است که در این حالت باید از روش‌های دو بعدی استفاده کرد. بطور کلی در استفاده از روش سینگلاریتی این نکته حائز اهمیت است که برای این روش باید بهترین پنجره مورد استفاده قرار بگیرد زیرا اندازه هر پنجره در نتیجه سینگلاریتی اثر مستقیم دارد.

### نتیجه‌گیری

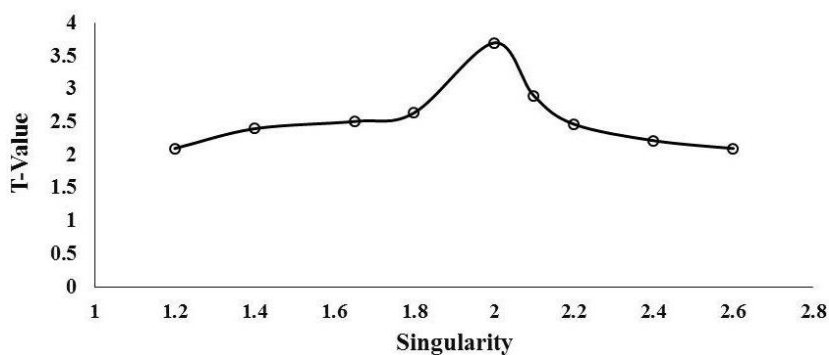
نتایج نقشه‌های حاصل از روش شاخص سینگلاریتی نشان داد در جداول جوامع آنومالی از زمینه و همچنین در بررسی و شناسایی آنومالی‌های ضعیف نسبت به سایر روش‌های مذکور از دقت بالاتری برخوردار است. در نقشه‌های به دست آمده از این روش، قسمت‌های زمینه، تهی شده و غنی شده کاملاً مشخص شده‌اند. برای مقایسه روش آمار کلاسیک، تحلیل داده‌های اکتشافی (MAD)، مدل‌های فرکتالی و روش سینگلاریتی در جداسازی بی‌هنجاری‌های عنصر سرب در منطقه مورد نظر، مشخص گردید که جنوب غرب منطقه مورد مطالعه بیشترین میزان آنومالی را نشان می‌دهد.

برای عنصر روی نیز، به ترتیب شمال شرق و جنوب منطقه بیشترین میزان آنومالی را دارا می‌باشد. مقایسه میان روش‌های نام برده نشان می‌دهد که آنومالی‌های بدست آمده از ورقه  $1:100000$  اراک همپوشانی نسبی با یکدیگر دارند. بر اساس مقدار آستانه‌های بدست آمده، توزیع غلظت عناصر در روش‌های مذکور را می‌توان به دو گروه تقسیم نمود.

آنومالی‌های به دست آمده دارای انطباق نسبی با لیتولوژی آهکی مربوط به دوران کرتاسه است که برای تشکیل سرب و روی بسیار مستعد هستند. همچنین گسل‌های منطقه نیز با آنومالی‌های بدست آمده همپوشانی نسبی نشان می‌دهند که این دو عامل بیانگر نقش لیتولوژی و گسلش در پراکندگی عناصر است.



شکل ۱۱. نقشه توزیع جوامع زمین‌شیمیایی عناصر سرب و روی بر اساس روش سینگولاریتی در ورقه اراک.



شکل ۱۲. نمودار T-Value عناصر سرب و روی برای آنومالی‌های بدست آمده از روش سینگولاریتی در ورقه مورد نظر.

## منابع

- آقاباتی، ع.، ۱۳۸۳، کتاب زمین‌شناسی ایران، سازمان زمین‌شناسی ایران، ص ۷۰۹.
- مجتهدزاده، س.ح.، بمانی، ملک زاده، ۱۳۹۶، تجزیه و تحلیل داده‌های ژئوشیمی اکتشافی در محدوده معدن سرب و روی ایرانکوه اصفهان با استفاده از روش‌های تحلیل اکتشافی داده‌ها (EDA) و هندسه فرکتال، روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شماره ۷(۱۳)، ص ۷۱-۹۰.
- مغفوری، س.، حسین زاده، رجبی، ع.، عظیم زاده، ا.م.، ۱۳۹۶، کانسار دره زنجیر؛ نمونه‌ای از کانسارهای روی-سرب با میزبان کربناته (MVT) در توالی رسوبی کرتاسه پیشین، حوضه جنوب یزد. فصلنامه علمی-پژوهشی علوم زمین، شماره ۲۶(۱۰۳)، ص ۱۳-۲۸.
- شهریاری، ا.، ۱۳۷۷، مطالعه زمین‌شناسی، ژئوشیمی، آنالیز رخساره‌ای و وزن کانسار سرب و روی ویشان-تکیه، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، ص ۲۳۶.
- نبوی، م.، ۱۳۵۵، مقدمه‌ای بر زمین‌شناسی ایران، سازمان زمین‌شناسی ایران، ۱۷۱ ص.
- Afzal, P., Ahmadi. K., Rahbar. K., 2017, Application of fractal-wavelet analysis for separation of geochemical anomalies. *Journal of African Earth Sciences*, Vol: 128, p: 27-36.
- Agard, P., Omrani. J., Jolivet. L., Whitechurch. H., Vrielynck. B., Spakman. Wortel. R., 2011, Zagros orogeny: a subduction-dominated process. *Geological Magazine*, Vol: 148(5-6), p: 692-725.
- Agterberg, F. P., Bonham-Carter, G. F., Wright, D. F. 1990, Statistical pattern integration for mineral exploration. In *Computer applications in resource estimation*, p: 1-21.
- Agterberg, F. P., Cheng. Q., Brown. A., Good. D., 1996, Multifractal modeling of fractures in the Lac du Bonnet batholith, Manitoba. *Computers & Geosciences*, Vol: 22(5), p: 497-507.
- Agterberg, F. P., 2012, Multifractals and geostatistics. *Journal of Geochemical Exploration* Vol: 122, p: 113-123.
- Alavi, M., 1994, Tectonics of the Zagros orogenic belt of Iran: new data and interpretations. *Tectonophysics*, Vol: 229(3-4), p: 211-238.
- Asadi, H. H., Kianpouryan, S., Lu. Y. J., McCuaig. T. C., 2014, Exploratory data analysis and C-A fractal model applied in mapping multi-element soil anomalies for drilling: A case study from the Sari Gunay epithermal gold deposit, NW Iran. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 145, p: 233-241.
- Cheng, Q., Agterberg. F. P., Ballantyne. S. B., 1994, The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 51(2), p: 109-130.
- Cheng, Q., Agterberg, F. P., 1996, Multifractal modeling and spatial statistics. *Mathematical Geology*, Vol: 28(1), p: 1-16.

- Cheng, Q., Ping, Q., Kenny, F., 1997, Statistical and fractal analysis of surface stream patterns in the Oak Ridges Moraine, Ontario, Canada. In Proceedings of the International Association of Mathematical Geology Meeting, Barcelona, Vol: 1, p: 280-286.
- Cheng, Q., 2007, Mapping singularities with stream sediment geochemical data for prediction of undiscovered mineral deposits in Gejiu, Yunnan Province, China, *Ore Geology Reviews*, No: 32, 314 –p: 324.
- Deng, J., Wang, Q., Yang, L., Wang, Y., Gong, Q., Liu, H., 2010, Delineation and explanation of geochemical anomalies using fractal models in the Heqing area, Yunnan Province, China. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 105(3), p: 95-105.
- Delavar, S. T., Afzal, P., Borg, G., Rasa, I., Lotfi, M., Omran, N. R., 2012, Delineation of mineralization zones using concentration–volume fractal method in Pb–Zn carbonate hosted deposits. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 118, p: 98-110.
- Ehya, F., Lotfi, M., Rasa, I., 2010, Emarat carbonate-hosted Zn–Pb deposit, Markazi Province, Iran: A geological, mineralogical and isotopic (S, Pb) study. *Journal of Asian Earth Sciences*, Vol: 37(2), p: 186-194.
- Ghorbani, M. 2013. The Position of Iranian Mining Industry in the World. In *The Economic Geology of Iran*, p: 297-332. Springer, Dordrecht.
- Hao, L., Zhao, X., Zhao, Y., Lu, J., Sun, L., 2014, Determination of the geochemical background and anomalies in areas with variable lithologies. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 139, p: 177-182.
- Hashemi marand, G., Jafari, M., Afzal, P., Khakzad, A., 2018, Determination of relationship between silver and lead mineralization based on fractal modeling in Mehdiabad Zn-Pb-Ag deposit, Central Iran. *Journal of Earth Sciences*, Vol: 27, p: 111-118.
- Karimzadeh, A., 1992, Considering type, geochemistry-mineralogy relations and probable genesis of Emarat Zn and Pb mine (Arak), MSc dissertation, Tarbiat Moallem University.
- Khani, S., Khakzad, A., Safari, M., Solgi, A., 2016, Petrography and Mineralography of Emarat Lead and Zinc Deposit (South Arak). *Open Journal of Geology*, Vol: 6(06), p: 387.
- Lima, A., 2018, Evaluation of geochemical background at regional and local scales by fractal filtering technique: case studies in selected Italian areas. In *Environmental Geochemistry (Second Edition)*, p: 115-132.
- Luo, D., Zeng, G., 2018. Application and effects of singularity analysis in evaluating the denudation degree of Carlin-type gold deposits in southwest Guizhou, China. *Ore Geology Reviews*, Vol: 96, p: 164-180.
- Mahdavi, G., Khakzad, A., Lotfi, M. 2016, Conditions of Ore-Mineralization and Geochemical Correlation of Rare-Elements at the Robat Pb-Zn Deposit, West of Khomein, Central Iran. *Open Journal of Geology*, 6(09), 1118.
- Mandelbrot, B. B., 1983, *The fractal geometry of nature*, Vol: 173. New York: WH freeman.
- Mehrnia, S. R., 2017, Application of Fractal Technique for Analysis of Geophysical-Geochemical Databases in Tekieh Pb-Zn Ore Deposit (SE of Arak). *Journal of Economic Geology*, Vol: 8(2), p: 325-342.
- Mirnejad, H., Simonetti, A., Molasalehi, F., 2011, Pb isotopic compositions of some Zn–Pb deposits and occurrences from Urumieh–Dokhtar and Sanandaj–Sirjan zones in Iran. *Ore Geology Reviews*, Vol: 39(4), p: 181-187.
- Nazarpour, A., Sadeghi, B., Sadeghi, M., 2015, Application of fractal models to characterization and evaluation of vertical distribution of geochemical data in Zarshuran gold deposit, NW Iran. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 148, p: 60-70.
- Nazarpour, A., Paydar, G. R., Carranza, E. J. M., 2016, Stepwise regression for recognition of geochemical anomalies: Case study in Takab area, NW Iran. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 168, p: 150-162.
- Rad, M., Y., Haghshenas, S. S., Haghshenas, S. S., 2014, Mechanostratigraphy of cretaceous rocks by fuzzy logic in East Arak, Iran. In *The 4th International Workshop on Computer Science and Engineering-Summer, WCSE*.
- Rajabi, A., Rastad, E., Canet, C., 2012, Metallogeny of Cretaceous carbonate-hosted Zn–Pb deposits of Iran: geotectonic setting and data integration for future mineral exploration. *International Geology Review*, Vol: 54(14), P: 1649-1672.
- Rajabi, A., Rastad, E., Canet, C., 2013, Metallogeny of Permian–Triassic carbonate-hosted Zn–Pb and F deposits of Iran: a review for future mineral exploration, *Australian Journal of Earth Sciences*, Vol: 60(2), P: 197–216.
- Reimann, C., de Caritat, P., 2017, Establishing geochemical background variation and threshold values for 59 elements in Australian surface soil. *Science of The Total Environment*, Vol: 578, P: 633-648.
- Shokouh saljoughi, B., A. Hezarkhani, and E. Farahbakhsh., 2018, A comparative study of fractal models and U-statistic method to identify geochemical anomalies; case study of Avanj porphyry system, Central Iran. *Journal of Mining and Environment*, Vol: 9, P: 209-227.
- Tukey, J. W., 1977, Box-and-whisker plots. *Exploratory data analysis*, P: 39-43.
- Wang, H., Zu, R., 2015, A comparative study of trend surface analysis and spectrum–area multifractal model to identify geochemical anomalies. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 155, P: 84-90.
- Zhao, X., Hao, L., Lu, J., Zhao, Y., Ma, C., Wei, Q., 2018. Origin of skewed frequency distribution of regional geochemical data from stream sediments and a data processing method. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 194, P: 1-8.
- Zuo, R., Carranza, E. J. M., Cheng, Q., 2012. Fractal/multifractal modelling of geochemical data, Vol: 122, P: 1–3.
- Zuo, R., Wang, J., 2016, Fractal/multifractal modeling of geochemical data: A review. *Journal of Geochemical Exploration*, Vol: 164, P: 33-41.