

تعیین زون گیرش سیستم چند چاهی در آبخوانهای محبوس گوه ای به روش تحلیلی و کاربردهای آن

نوذر سامانی

استاد بخش علوم زمین، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز

سمیه زارعی دودجی

دانشجوی دکتری بخش علوم زمین، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز

تاریخ پذیرش: ۹۳/۸/۱۳

تاریخ دریافت: ۹۳/۸/۳۰

samani@susc.ac.ir

چکیده

در مطالعه حاضر معادله زون گیرش یک سیستم چند چاهی در آبخوان های محبوس گوه ای ارائه می شود. دو مرز هیدرولوژیکی بار ثابت و غیر قابل نفوذ که تحت زاویه چند درجه تا ۹۰ درجه تلاقی می کنند آبخوان گوه ای را شکل می دهند. بدین ترتیب گوه هایی با سه آرایش مرزی شامل: نفوذ ناپذیر-نفوذ ناپذیر، نفوذ ناپذیر-بار ثابت و بار ثابت-بار ثابت شکل می گیرد. سیستم چاه می تواند با هر تعداد چاه تزریق یا پمپاژ یا ترکیبی از هر دو با نرخ برداشت متفاوت باشد. آبخوان نیز می تواند دارای یا فاقد جریان یکنواخت منطقه ای باشد. نظریه چاههای مجازی در شبکه گوه ای شکل اعمال شده و با بکارگیری یک تابع پتانسیل سرعت پیچیده مناسب، معادلات زون گیرش در محیط جریان تدوین شده است. معادلات به فرم منحنیهای تیپ بدون بعد ارائه شده اند تا بتوان آنها را به عنوان ابزاری کاربردی در پروژه های مهندسی واقعی از قبیل پمپاژ-و-تصفیه، پروژه های پاکسازی آب زیر زمینی یا تعیین حریم چاه و حقا به آنها قابل استفاده باشند.

کلمات کلیدی: تابع پتانسیل سرعت، منحنی های گیرش، پاکسازی آب زیرزمینی، پمپاژ و تصفیه، تبادل آبهای سطحی و زیرزمینی.

مقدمه

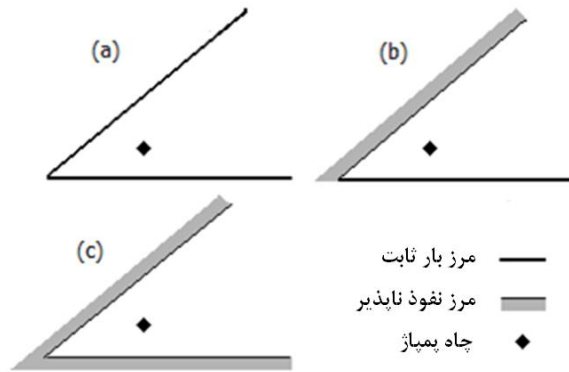
محدوده گیرش سیستم چند چاهی فرموله شده است. فرمولها هم برای آبخوانهای با جریان یکنواخت منطقه ای و هم بدون آن ارائه شده است. همچنین با تجزیه و تحلیل بیشتر به مطالعه اثر موقعیت چاه، نوع چاه، تعداد چاه، نرخ و جهت جریان یکنواخت و زاویه گوه روی محدوده گیرش چاه پرداخته شده است. برای سهولت کاربرد، این فرمولها به شکل منحنیهای تیپ بدون بعد ترسیم و در انتها چگونگی کاربرد آنها در پروژه هایی نظیر پاکسازی آبهای زیرزمینی آلوده، مهار هیدرولیکی هاله یا ابر آلودگی و تعیین ارتباط آبهای سطحی و زیرزمینی تشریح گردیده است.

مدل مفهومی

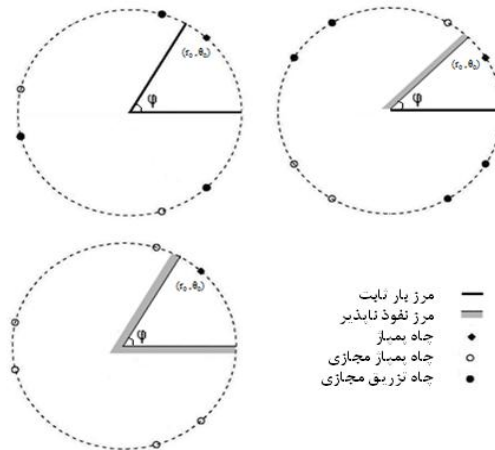
(شکل ۱) یک طرح شماتیک از آبخوان محبوس با یک چاه با نفوذ کامل است که توسط دو مرز متقاطع آبخوانهای گوه ای شکل را تشکیل می دهد. آبخوان هموزن و ایزوتروپ با ضخامت یکنواخت بوده و جریان در آن دو بعدی تحت شرایط پایدار است. محل برخورد دو مرز مبدا مختصات r, θ است. مرزها در طول محور r هستند و θ مختصات زاویه ای است. در (شکل ۱a) مرزها مرز بار ثابت (رودخانه) با نفوذ کامل با گرادیان صفر هستند که ارتباط هیدرولیکی کامل با آبخوان دارند. در (شکل ۱b) یک مرز رودخانه بوده و مرز دیگر نفوذ ناپذیر است و یک گوه نفوذ ناپذیر-بار ثابت را تشکیل می دهد. در (شکل ۱c) هر دو مرز نفوذ ناپذیر بوده و گوه نفوذ ناپذیر-نفوذ ناپذیر را تشکیل می دهد. چاه می تواند چاه پمپاژ یا تزریق باشد که در موقعیت (r_0, θ_0) قرار دارد. هنگامی که چاه با نرخ Q پمپاژ می شود ما نیازمند تعداد $n = 360/\varphi - 1$ چاه مجازی برای شبیه سازی جریان در آبخوان گوه-ای شکل هستیم (φ زاویه گوه است) (Ferris et al., 1962). (شکل ۲)، چاههای مجازی برای سه آرایش مرزی نشان داده شده در (شکل ۱) را نشان می دهد.

زون گیرش به عنوان حجمی از آبخوان است که آب آن توسط یک یا چند چاه پمپاژ با نرخ مشخص تحت شرایط پایدار استخراج می شود (Todd and Mays 2005; Intaraprasong and Zhan, 2007). مطالعه زون گیرش در بسیاری از موضوعات عملی همچون طراحی حریم چاه، پاکسازی آب زیر زمینی تبادل آبهای سطحی و زیرزمینی، تعیین حقا به و غیره مهم و ضروری است. اولین مطالعه زون گیرش به (Muskat, 1946) بر می گردد. در تحقیقاتی که تا کنون انجام شده است (Javandel and Tsang, 1986; Bair and Lahm, 1996; Christ and Goltz, 2002; Shan, 1999; Schafer, 1996; Cunningham et al., 2004; Luo and Kitanidis, 2004) روش تحلیلی برای توصیف زون گیرش چاه ها در آبخوان هایی با گسترش نامحدود بکار برده شده اند. Intaraprasong and Zhan, 2007، معادله زون گیرش یک چاه که بین دو رودخانه موازی واقع است ارائه و چگونگی تبادل آب سطحی و زیرزمینی مورد ارزیابی قرار دادند. (Asadi-Aghbolaghi et al., 2011) زون گیرش یک چاه پمپاژ نزدیک یک مرز رودخانه ای بار ثابت را ارائه و سه نرخ پمپاژ بحرانی برای زمانی که رودخانه نقشی در تامین آب چاه ندارد، زمانی که رودخانه آبخوان را تغذیه می کند و زمانی که آبخوان و رودخانه تواما آب چاه را تامین می کنند تعیین کردند.

هدف این مطالعه بدست آوردن راه حلی برای زون گیرش یک سیستم چند چاهی در آبخوان های گوه ای شکل برای آرایش های مرزی متفاوت است. سه آرایش مرزی گوه ای شامل: گوه نفوذ ناپذیر-نفوذ ناپذیر، گوه نفوذ ناپذیر-بار ثابت و گوه بار ثابت-بار ثابت در نظر گرفته شده است. سیستم چاه ممکن است متشکل از هر تعداد چاه تزریق یا پمپاژ یا ترکیبی از هر دو با موقعیت دلخواه باشد. به کمک نظریه چاههای مجازی آبخوان گوه ای شکل به آبخوان نامحدود معادل تبدیل و با بکارگیری نظریه پتانسیل سرعت پیچیده،



شکل ۱. نمای شماتیک از آرایش مرزی در آبخوان گوه ای شکل (a) گوه بار ثابت- بار ثابت، (b) گوه بار ثابت- نفوذ ناپذیر (c) گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر



مرز بار ثابت
 مرز نفوذ ناپذیر
 چاه پمپاژ
 چاه بمساز مجازی
 چاه تزریق مجازی

شکل ۲. نمای شماتیک از چاههای حقیقی و مجازی برای گوه 60° (شکل های سمت چپ با ۵ چاه مجازی) و 45° (شکل سمت راست با ۷ چاه مجازی) برای سه آرایش مرزی محتمل گوه

میدان جریان منطقه ای به صورت زیر قابل استفاده است (Javandel et al., 1984, Strack, 1989)

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N m_k c_k \ln(z - z_{0k}) \quad (2)$$

که در آن N تعداد چاهها، k شاخص جمع، z_{0k} موقعیت فضایی k امین چاه تزریق یا پمپاژ و c_k علامت (+) یا (-) به ترتیب برای چاه پمپاژ و یا تزریق است. با بازنویسی معادله (۲) برای سه آرایش مرزی مشخص شده در شکل (۲) معادله زیر بدست می آید:

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M m_k c_k [J_1 \ln(z - z_{01k}) + J_2 \ln(z - z_{02k})] \quad (3)$$

بر اساس آرایش مرزهای آبخوان گوه ای شکل، پارامترهای J_1 و J_2 مقادیر داده شده در (جدول ۱) را بخود می گیرند. k شاخص جمع، N تعداد چاه ها و $M = 180/\varphi$ می باشد.

برای یک چاه (پمپاژ یا تزریق) با توان m که در نقطه z_0 قرار گرفته است، تابع پتانسیل سرعت به صورت زیر معرفی می گردد (Bear, 1972):

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + m \ln(z - z_0)$$

که در آن عبارت اول در طرف سمت راست نشان دهنده جریان یکنواخت منطقه ای و عبارت دوم نشانگر چاه است.

$$z = x + iy \quad \text{و} \quad z_0 = x_0 + iy_0 \quad \text{اعداد مختلط هستند.} \quad i = \sqrt{-1}$$

علامت مختلط است، Z یک موقعیت اختیاری در صفحه مختلط است که بخش های حقیقی و موهومی آن x و y می باشند. Q نرخ پمپاژ (+) یا تزریق $(-)$ $(L^3 T^{-1})$ می باشد، B ضخامت آبخوان (L) ، q سرعت داری جریان یکنواخت منطقه ای (LT^{-1}) و α زاویه بین جهت جریان یکنواخت و جهت مثبت محور x است. به دلیل خطی بودن معادله لاپلاس، اصل انطباق برای محاسبه تابع پتانسیل سرعت برای یک سیستم چند چاهی در یک

جدول ۱. آرایش مرزی آبخوان گوه ای

J_2	J_1	آرایش مرزی
1	-1	گوه بار ثابت- بار ثابت
1	1	گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر
$(-1)^n$	$(-1)^n$	مرز نفوذ ناپذیر در طول مرز RHS
$(-1)^n$	$(-1)^{n-1}$	مرز بار ثابت در طول مرز RHS

* RHS مخفف مرز سمت راست

$$r_D = \frac{r}{b}, \quad r_{0Dk} = \frac{r_{0k}}{b}, \quad z_D = \frac{z}{b}, \quad Q_{Dk} = \frac{Q_k}{2\pi b^2 K} \quad (۴)$$

$$W_D(z) = \frac{W(z)}{Kb}, \quad \Phi_D = \frac{\Phi}{Kb}, \quad \Psi_D = \frac{\Psi}{Kb}$$

و تبدیل مختصات کارتزین به قطبی در معادله (۳) می توان معادله عمومی زیر را بدست آورد:

$$(\Delta) W_D(z) = -z_D e^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} c_k \left[J_1 \ln(r_D e^{i\theta} - r_{0Dk} e^{i(2n\varphi - \theta_{0k})}) + J_2 \ln(r_D e^{i\theta} - r_{0Dk} e^{i(2n\varphi + \theta_{0k})}) \right]$$

اندیس D نشان دهنده شکل بدون بعد هر پارامتر مترادف است. با در نظر گرفتن $e^{-i\alpha} = \cos\alpha - i\sin\alpha$ و $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ معادله (۵) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$W_D(z) = -r_D (\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\alpha - i\sin\alpha) + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} c_k \left[J_1 \ln(f_{1Dk} + if_{2Dk}) + J_2 \ln(g_{1Dk} + ig_{2Dk}) \right]$$

که در آن (۶)

$$f_{1Dk} = r_D \cos\theta - r_{0Dk} \cos(2n\varphi - \theta_{0k}) \quad (۷)$$

$$f_{2Dk} = r_D \sin\theta - r_{0Dk} \sin(2n\varphi - \theta_{0k}) \quad (۸)$$

$$g_{1Dk} = r_D \cos\theta - r_{0Dk} \cos(2n\varphi + \theta_{0k}) \quad (۹)$$

$$g_{2Dk} = r_D \sin\theta - r_{0Dk} \sin(2n\varphi + \theta_{0k}) \quad (۱۰)$$

و بخش موهومی معادله ۶، $\Psi_D = \text{Im}\{W_D(z)\}$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Psi_D = -r_D (\sin\theta \cos\alpha - \cos\theta \sin\alpha) + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} c_k \left[J_1 \tan^{-1} \left(\frac{f_{2Dk}}{f_{1Dk}} \right) + J_2 \tan^{-1} \left(\frac{g_{2Dk}}{g_{1Dk}} \right) \right] \quad (۱۱)$$

چاه تزریق است. در این شکل چاهی که به راس گوه نزدیکتر است (r_{0D1}) 40 آب خود را از رودخانه LHS، جریان یکنواخت و چاه تزریقی شماره ۲ ($r_{0D2}=55$) بدست می آورد. تاثیر جریان یکنواخت منطقه ای در تامین آب چاه پمپاژ شماره ۳ ($r_{0D3}=70$) توسط چاه تزریق پنهان شده است. به عبارت دیگر چاه تزریق قسمت اعظم دبی خروجی چاه پمپاژ را تامین می کند. بخشی از آب چاه تزریق از چاههای پمپاژ فرار کرده و جهت جریان یکنواخت را دنبال می کند. اهمیت عملی این نکته زمانی است که خواسته شود یک حلقه گردش آب بین چاههای پمپاژ و تزریق ایجاد گردد، مثل پروژه های پمپاژ و تصفیه.

زون گیرش چاه در گوه نفوذ ناپذیر - نفوذ ناپذیر

در این بخش آبخوان گوه ای شکل نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر ۶۰ درجه ای در نظر گرفته شده است. با حل معادله (۱۱) و قرار دادن $J_1=J_2=+1$ منحنی های گیرش سیستم سه چاهی برای جهت جریان یکنواخت در طول نیمساز گوه و به سمت راس گوه ($\alpha = 210^\circ$) در (شکل ۴) ترسیم شده است. در (شکل ۴a) پتانسیل سرعت برای سیستم سه چاه پمپاژ ترسیم شده است که در آن نرخ برداشت از چاهها به نحوی تعیین شده است که محدوده های گیرش سه چاه با یکدیگر تداخل نمی کنند. اگر این مثال فرضی به عنوان پروژه حقیقی پمپاژ-و-تصفیه در نظر گرفته شود، نقص در پاکسازی سیستم دو یا سه چاهی آشکار خواهد بود. واضح است که با افزایش نرخ برداشت یا تغییر موقعیت چاه سوم محدوده گیرش چاهها ترکیب خواهند شد و نقص سیستم پاکسازی تصحیح خواهد شد. (شکل ۴b) مشابه (شکل ۴a) است با این تفاوت که چاهی که نسبت به راس گوه دورتر است به عنوان چاه تزریق در نظر گرفته شده است. در این مورد آب تزریق شده مکمل جریان یکنواخت در آب برداشتی از چاههای پمپاژ است و برعکس (شکل ۴a)، یک حلقه بسته گردش آب (ایدال برای پروژه های پاکسازی) بین چاههای پمپاژ و تزریق بوجود آمده است.

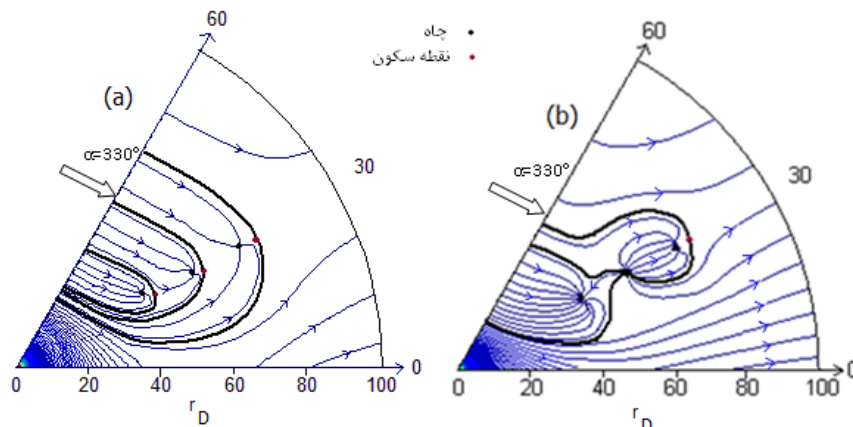
که در آن Ψ_D تابع جریان در حالت بدون بعد است. رسم این معادله خطوط جریان و زون گیرش را به تصویر می کشد. چنانچه جریان یکنواخت منطقه ای در آبخوان وجود نداشته باشد جمله اول دست راست معادله حذف خواهد شد.

بحث و نتیجه گیری

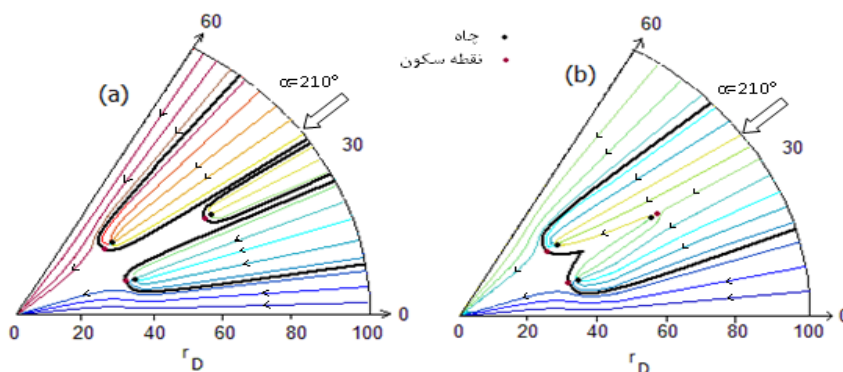
برای نشان دادن خصوصیات زون گیرش در آبخوان های گوه ای شکل، تعدادی آبخوان فرضی را برای سه آرایش مرزی اشاره شده در بالا در نظر گرفته و در مورد زون گیرش آنها بحث می شود. باید به این موضوع اشاره کرد که به دلیل تعداد زیاد متغیرها (موقعیت چاه، نرخ و جهت جریان منطقه ای، زاویه گوه، تعداد و نوع چاهها، نرخ برداشت/تزریق و آرایش مرزی) که روی محیط جریان اثر می گذارند، شبیه سازی های زیادی قابل انجام است. اما در اینجا به شرح سه مورد بسنده می شود.

زون گیرش چاه در گوه بار ثابت - بار ثابت

در این بخش آبخوان گوه ای شکل ۶۰ درجه ای بار ثابت- بار ثابت در نظر گرفته شده است. جهت جریان یکنواخت عمود بر مرز بار ثابت سمت چپ است ($\alpha = 330^\circ$). مختصات مرز با بار ثابت سمت چپ و سمت راست به ترتیب $(r, \theta = 0^\circ)$ و $(r, \theta = 60^\circ)$ می باشد. نرخ برداشت ۵ لیتر/ثانیه ($Q_D=+2$) و ضخامت آبخوان ۲۰ متر می باشد. (شکل ۳) نشان دهنده خطوط جریان و زون گیرش سه چاه پمپاژ می باشد. همانطور که در (شکل ۳a) مشاهده می شود هر سه چاه آب خود را از مرز رودخانه سمت چپ (LHS) می گیرند و محدوده گیرش آنها به مرز رودخانه RHS نمی رسد که نشان دهنده ارتباط بین آبخوان و مرز LHS می باشد. علاوه بر این مشاهده می شود که زون گیرش چاه سوم پیرامون زون گیرش دو چاه دیگر قرار دارد و آب خود را از منطقه ای نوار مانند از آبخوان تامین می کند. (شکل ۳b) برای شرایطی مشابه (شکل ۳a) ترسیم شده است با این تفاوت که چاه وسط، یک



شکل ۳. زون گیرش سه چاه و خطوط جریان در یک آبخوان گوه ای شکل محبوس بار ثابت- بار ثابت:
 $(\varphi = 60^\circ, \alpha = 330^\circ, r_{OD1} = 40, r_{OD2} = 55, r_{OD3} = 70, \theta_{01} = \theta_{02} = \theta_{03} = 30^\circ)$



شکل ۴. زون گیرش برای سه چاه در یک آبخوان گوه ای شکل محبوس نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر:
 $(\varphi = 60^\circ, \alpha = 210^\circ, r_{OD1} = r_{OD2} = 35, r_{OD3} = 64, \theta_{01} = 20^\circ, \theta_{02} = 40^\circ, \theta_{03} = 30^\circ)$
 a) $Q_{D1} = Q_{D2} = +4, Q_{D3} = +2$ and b) $Q_{D1} = Q_{D2} = +4, Q_{D3} = -2$

۳- بر اساس خصوصیات هیدرولیکی آبخوان (یعنی K ، نرخ و جهت جریان منطقه ای) پارامترهای J_1 و J_2 ، مقدار n و مختصات چاه حقیقی منحنی های زون گیرش چاه پمپاژ را برای مقادیر متفاوت Q_D با استفاده از معادله (۱۱) ترسیم کنید.

۴- نقشه آبخوان که در مرحله ۲ تهیه شد، بر زون گیرش که در بند ۳ ترسیم شد منطبق کنید.

۵- مقدار Q_D زون گیرشی که کاملاً ابر آلودگی را احاطه می کند بخوانید و نرخ پمپاژ را با استفاده از معادله $Q = 2\pi K Q_D b^2$ بدست آورید. مراحل بالا برای سه آرایش مرزی آبخوان گوه ای شکل که ضخامت و هدایت آبی آنها به ترتیب ۲۰ متر و 2×10^{-5} متر در روز می باشد انجام شده و در (شکل ۵) نشان داده شده است. در این شکل منطقه سایه زده شده نشان دهنده ابر آلودگی است که در جهت جریان یکنواخت امتداد پیدا کرده است. همانطور که در شکل مشاهده می شود هر ابر آلودگی بوسیله چاه با نرخ برداشت $Q_D = 8$ به تله افتاده و مهار می شود. با جایگزینی این عدد و مقادیر ضخامت و هدایت آبی آبخوان (ذکر شده در فوق) در معادله $Q = 2\pi K Q_D b^2$ اندازه نرخ پمپاژ هر چاه برابر ۲۰ لیتر در ثانیه تعیین می شود.

کاربرد

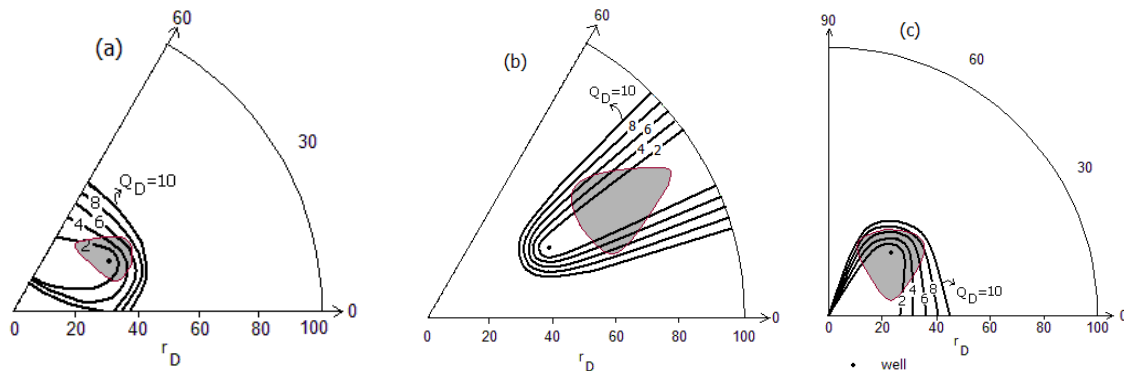
حل های زون گیرش که در این مقاله پیشنهاد شده است به عنوان وسیله ای جهت مهار هیدرولیکی ابر آلودگی، پاکسازی زیستی یا شیمیایی ابر آلودگی و برآورد تبادل آب سطحی- زیرزمینی به شرح زیر قابل استفاده است:

مهار هیدرولیکی ابر آلودگی

فرض کنید یک ابر آلودگی در یک آبخوان گوه ای شکل با هندسه و خصوصیات هیدرولیکی پایش شده است (آبخوان می تواند مشابه هر آبخوان فرضی باشد که در معادله ۴ ارائه شده است). فرض کنید که هدف ما تعیین نرخ پمپاژ یک چاه تک است که داخل یا در پیشانی ابر آلودگی برای مهار ابر آلودگی حفر شده است. مراحلی که در زیر عنوان شده است برای تعیین نرخ پمپاژ چاه می توان دنبال کرد:

۱- آبخوان گوه ای شکل مورد مطالعه را بر اساس آرایش مرزی که ممکن است یکی از سه آرایش مرزی که در بخش ۲ عنوان شده است باشد مشخص کنید.

۲- بر اساس هندسه گوه (یعنی زاویه، شعاع و ضخامت گوه) نقشه ای از آبخوان در مقیاس تهیه شود. ابر آلودگی و چاه پمپاژ را نیز روی نقشه پیاده کنید.



شکل ۵. زون گیرش بدون بعد یک چاه پمپاژ برای ۵ نرخ برداشت متفاوت در آبخوانهای گوه ای شکل محبوس (a) $\alpha = 210^\circ$ گوه بار ثابت- بار ثابت $(\varphi = 60^\circ)$ ، گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر $(\varphi = 60^\circ)$ ، (c) گوه نفوذ ناپذیر- بار آبی ثابت $(\varphi = 90^\circ)$.

نتایج

معادلات زون گیرش برای هر تعداد چاه پمپاژ یا تزریق و یا ترکیبی از هر دو در آبخوانهای گوه ای شکل محبوس با و یا بدون جریان یکنواخت با سه آرایش مرزی، با هر موقعیت و با هر نرخ و جهت جریان یکنواخت توسط نظریه چاههای مجازی و پتانسیل سرعت ارائه شد. معادلات ارائه شده که به صورت منحنیهای زون گیرش بدون بعد به تصویر کشیده شده بعنوان ابزاری مفید برای طراحی پروژه های پاکسازی ابر آلودگی در آب زیر زمینی، پروژه های مهار هیدرولیکی ابرآلودگی، و تعیین حریم چاه و چگونگی تبادل آبهای سطحی و زیرزمینی توسط مهندسی قابل استفاده است

پاکسازی ابر آلودگی

همانطور که در قبل نیز اشاره شد راه حلهای پیشنهادی زون گیرش برای ایجاد حلقه چرخشی بسته در پروژه های پاکسازی زیستی یا شیمیایی آب زیر زمینی جایی که تزریق اکسیژن و یا مواد مغذی مورد نیاز است بر اساس مراحل عنوان شده در بالا کاربرد دارد.

برآورد تبادل آب سطحی-زیرسطحی

یک کاربرد مستقیم از راه حلهای ارائه شده بررسی تبادل آب بین توده آب سطحی و آبهای زیر زمینی است که در بخش ۴ به تفصیل درباره آن صحبت شد.

منابع

- Asadi- Aghbolaghi. M., Rakhshandehroo. G.R. and Kompani- Zare. M., 2011, Analytical solutions for the capture zone of a pumping well near a stream. *Hydrogeology Journal*, 19: 1161–11
- Bair. E.S. and Lahm. T.D., 1996, Variation in capture zone geometry of a partially penetrating pumping well in an unconfined aquifer. *Ground Water*, 34(5), p: 842-852.
- Bear. J., 1972, *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Elsevier, New York, USA.
- Christ. J. A. and Goltz. M. N., 2002. Hydraulic containment: analytical and semi-analytical models for capture zone curve delineation. *J. Hydrol.*, 262, p: 224–244.
- Cunningham. J. A., Hoelen. T.P., Hopkins. G.D., Lebro'n. C.A. and Reinhard. M., 2004. Hydraulics of recirculating well pairs for groundwater remediation. *Ground Water*, 42(6), p: 880–889.
- Ferris. J. G., Knowles. D. B., Brown. R. H. and Stallman. R.W., 1962, *Theory of aquifer tests*. US Geol. Survey, Water-Supply Paper 1536-E.
- Intaraprasong. T. and Zhan. H., 2007. Capture zone between two streams. *J. Hydrol.*, 338, p: 297–307.
- Javandel. I., Doughty. C. and Tsang. C.F., 1984, *Groundwater Transport: Handbook of Mathematical Models*. Water Resources Monograph 10, American Geophysical Union, Washington DC.
- Javandel. I. and Tsang. C. F., 1986, Capture zone type curves: a tool for aquifer cleanup. *Ground Water*, 24 (5), p: 616–625.
- Luo. J. and Kitanidis, P.K., 2004, Fluid residence times within a recirculation zone created by an extraction–injection well pair. *J. Hydrol.*, 295(1-4), p: 149–162.
- Muskat. M., 1946, *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*. J.W. Edwards, Ann Arbor, USA. 306 T.
- Schafer. D. C., 1996, Determining 3D capture zones in homogeneous, anisotropic aquifers. *Ground Water*, 34(4), p: 628–639.
- Shan. C., 1999, An analytical solution for the capture zone of two arbitrarily located wells. *J. Hydrol.*, 222(1-4), p: 123–128.
- Strack. O. T. D., 1989, *Groundwater mechanics*. Prentice-Hall, NJ.
- Todd. D. K. and Mays. L. W., 2005, *Groundwater hydrology*, 2nd ed., John Wiley, New York.
- Wilson. J. L., 1993, Induced infiltration in aquifers with ambient flow. *Water Resour. Res.* 29 (10), p: 3503–3512